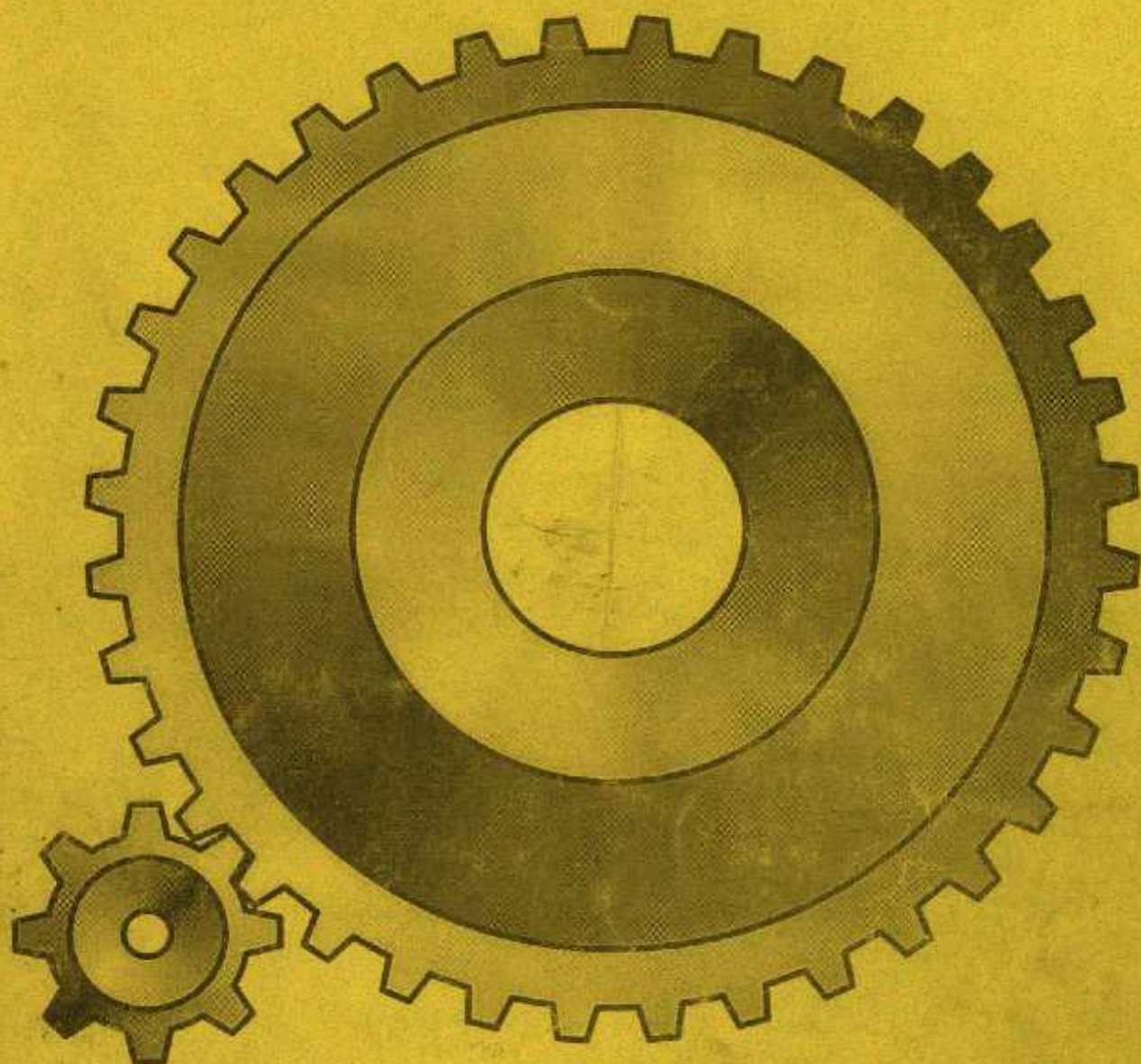


Adalbert ANTAL

Ovidiu TĂTARU



ELEMENTE PRIVIND PROIECTAREA ANGRENAJELOR

EDITURA ICPIAF[®] SA
1998

Profesor dr.ing. Adalbert ANTAL Șef lucrări dr.ing. Ovidiu TĂTARU

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Catedra Organe de Mașini și Tribologie

ELEMENTE PRIVIND PROIECTAREA ANGRENAJELOR

EDITURA ICPIAF[®] SA

Cluj-Napoca

1998

Copyright © 1998, **Editura ICPIAF[®] SA Cluj-Napoca**
Str. Fabricii de Chibrituri, nr. 13-21
3400 Cluj-Napoca
Tel: 064-435232
Fax: 064-435245

Tehnoredactare computerizată:

Ovidiu TĂTARU
Tiberiu ANTAL
Virgil ISPAS
Ana MUNCACIU-MARIAN
Nela MUREȘAN
Emilia BRAD

Grafica: **Eugen TĂTARU**

Coperta: **Ovidiu TĂTARU**

Recenzenți: **Prof.dr.ing. Dorina JICHIȘAN-MATIEȘAN**
 Prof.dr.ing. Mircea CREȚU

ISBN 973-98528-7-4

Prefață

În prezenta carte sunt cuprinse elementele de bază privind stabilirea dimensiunilor geometrice ale angrenajelor, ținând seama de sarcina de transmis și de condițiile de funcționare. S-a avut în vedere ca într-un cadru mai redus să fie abordate acele angrenaje care sunt aplicate mai frecvent în construcția de mașini.

Toate relațiile de calcul și regulile utilizate se bazează pe standardele aflate în vigoare, referitoare la angrenaje. De asemenea, au fost luate în considerare normele ISO și DIN, care în momentul de față se aplică în toate țările europene.

Pe baza celor arătate mai sus se poate considera că lucrarea elaborată va fi de un real ajutor pentru specialiștii care își desfășoară activitatea în domeniul proiectării angrenajelor de diferite tipuri.

Pentru studenții care se pregătesc în domeniul creației ingineresti, cunoștințele cuprinse în carte pot fi de mare utilitate la întocmirea proiectelor de transmisii mecanice cu angrenaje.

Așa cum se poate observa, în carte au fost cuprinse numai problemele considerate de autori ca fiind cele mai importante și care pot servi ca puncte de plecare pentru dobândirea unor cunoștințe temeinice privind munca de concepție și proiectare a roților dințate.

Mulțumim pe această cale recenzenților pentru observațiile făcute privind îmbunătățirea conținutului, precum și celor care au contribuit la elaborarea materiilor desenate și tehnoredactate.

AUTORII

CUPRINS

1. GENERALITĂȚI.....	9
2. ANGRENAJE CU AXE PARALELE.....	11
2.1. Noțiuni de bază.....	11
2.2. Legea de bază a angrenării.....	14
2.3. Generarea profilului evolventic.....	16
2.4. Generarea roților dințate cu profilul în evolventă.....	18
2.5. Proprietățile de bază ale angrenajelor cu profil în evolventă.....	20
2.6. Stabilirea dimensiunilor geometrice ale roților dințate cilindrice cu dinți drepti, în cazul general.....	22
2.7. Determinarea gradului de acoperire.....	29
2.8. Alunecarea flancurilor dinților.....	32
2.9. Interferența la prelucrarea roților dințate cilindrice exterioare, cu cuțit - roată.....	35
2.10. Transmiterea sarcinilor prin angrenaje.....	39
2.11. Principalele forme de distrugere ale dinților în procesul transmiterii sarcinii.....	40
2.12. Alegerea deplasărilor specifice de profil.....	42
<i>Exemplul de calcul 2.1.....</i>	<i>42</i>
2.13. Materiale utilizate în construcția angrenajelor.....	46
2.14. Calculul de rezistență al angrenajelor cilindrice cu dinți drepti.....	47
2.14.1. Calculul forțelor din angrenaj.....	47
2.14.2. Determinarea modulului pe baza solicitării de încovoiere.....	48
2.14.3. Determinarea modulului pe baza solicitării de presiune de contact.....	56
2.15. Alegerea raportului de transmitere.....	62
2.16. Randamentul angrenajelor.....	63
<i>Exemplul de calcul 2.2.....</i>	<i>63</i>
2.17. Angrenaje cilindrice cu dinți înclinați.....	69
2.17.1. Generalități.....	69
2.17.2. Elemente și dimensiuni geometrice.....	69
2.17.3. Determinarea gradului de acoperire.....	72
2.17.4. Alegerea deplasărilor de profil la angrenajele cu dinți înclinați.....	72
<i>Exemplul de calcul 2.3.....</i>	<i>75</i>
2.17.5. Calculul de rezistență al angrenajelor cilindrice cu dinți înclinați.....	78
2.17.5.1. Calculul forțelor.....	78
2.17.5.2. Stabilirea sensurilor forțelor axiale într-un reductor cilindric cu două trepte de reducere.....	79
2.17.5.3. Calculul modulului la solicitarea de încovoiere.....	80
2.17.5.4. Calculul modulului la solicitarea de presiune de contact.....	80
<i>Exemplul de calcul 2.4.....</i>	<i>82</i>
3. ANGRENAJE CU AXE CONCURENTE.....	88
3.1. Noțiuni generale.....	88
3.2. Generarea danturii roților conice.....	90
3.3. Dimensiunile geometrice ale roților dințate conice cu dinți drepti.....	92
3.4. Roțile echivalente pentru angrenajul conic cu dinți drepti.....	94
3.5. Determinarea gradului de acoperire.....	95
3.6. Calculul de rezistență al angrenajelor conice cu dinți drepti.....	96
3.6.1. Calculul forțelor.....	96
3.6.2. Stabilirea sensurilor forțelor axiale într-un reductor conico-cilindric.....	97
3.6.3. Calculul modulului la solicitarea de încovoiere.....	97

CUPRINS

3.6.4. Calculul modulului la solicitarea de presiune de contact.....	98
<i>Exemplul de calcul 3.1</i>	99
3.7. Angrenaje conice cu dinți înclinați sau curbi.....	104
3.7.1. Noțiuni generale și dimensiuni geometrice.....	107
3.7.2. Calculul forțelor în angrenajele conice cu dinți înclinați sau curbi.....	108
4. ANGRENAJE CU AXE ÎNCRUCIȘATE.....	110
4.1. Noțiuni generale.....	110
4.2. Angrenaje elicoidale.....	111
4.2.1. Dimensiunile geometrice ale angrenajelor elicoidale.....	111
4.2.2. Cinematica angrenajelor elicoidale.....	112
4.2.3. Calculul forțelor în angrenajul elicoidal.....	112
4.2.4. Calculul de rezistență al danturii angrenajelor elicoidale.....	114
4.3. Angrenaje melcate.....	116
4.3.1. Noțiuni generale.....	116
4.3.2. Tipuri de angrenaje melcate cilindrice.....	118
4.3.3. Dimensiunile geometrice ale angrenajelor melcate cu melc cilindric.....	119
4.3.4. Cinematica angrenajelor melcate cu melc cilindric.....	121
4.3.5. Calculul de rezistență al angrenajelor melcate cilindrice.....	122
4.3.5.1. Calculul forțelor.....	122
4.3.5.2. Calculul angrenajelor melcate la presiune de contact.....	124
4.3.5.3. Verificarea la presiune de contact (metoda Niemann).....	125
4.3.5.4. Verificarea dintelui roții melcate la încovoiere.....	126
4.3.5.5. Verificarea angrenajului melcat la încălzire.....	126
4.3.5.6. Verificarea arborelui melcului la deformații.....	127
4.3.5.7. Randamentul angrenajelor melcate.....	128
<i>Exemplul de calcul 4.1</i>	129
5. ANALIZA CINEMATICĂ A ANGRENAJELOR FORMATE DIN MAI MULTE PERECHI DE ROȚI DINȚATE.....	133
6. ANGRENAJE PLANETARE.....	135
6.1. Noțiuni generale de structură.....	135
6.2. Analiza cinematică a angrenajelor planetare.....	136
6.3. Calculul forțelor în angrenajele planetare.....	139
BIBLIOGRAFIE.....	141

1. GENERALITĂȚI

Angrenajele sau transmisiile cu roți dințate servesc la transmiterea mișcării de rotație între doi arbori, precum și la transformarea mișcării de rotație în mișcare de translație sau invers.

Datorită avantajelor pe care le prezintă, angrenajele formează cea mai răspândită și cea mai importantă grupă de transmisii mecanice. Ele pot fi utilizate în diferite domenii și condiții de funcționare.

În comparație cu celelalte transmisii mecanice, angrenajele prezintă următoarele avantaje:

- gabarit redus;
- durabilitate mare și siguranță în funcționare;
- randament corespunzător;
- raportul de transmitere mediu constant;
- posibilitatea de utilizare pentru domeniu larg de puteri, viteze și rapoarte de transmitere.

Dezavantajele transmisiilor prin angrenaje sunt următoarele:

- zgomot în funcționare;
- necesitatea unei precizii de execuție ridicate;
- necesitatea unor mașini-unelte și scule speciale pentru prelucrare;
- limitarea la anumite valori a raportului de transmitere datorită numărului întreg al dinților roților.

Construcția angrenajelor, destinația lor și condițiile de lucru sunt foarte diferite, de aceea clasificarea acestora se poate face din mai multe puncte de vedere.

O primă clasificare se poate face în angrenaje de forță, care transmit sarcini mari și angrenaje cinematice, unde este importantă precizia transmiterii mișcării.

În funcție de poziția axelor, angrenajele pot fi:

- cu axe paralele (figura 1.1, a);
- cu axe concurente (figura 1.1, b);
- cu axe încrucișate (figura 1.1, c).

Ținând seama de dispunerea dinților în raport cu generatoarele suprafețelor de revoluție și de forma dinților în lungul axei lor, angrenajele pot fi cu dinți drepți, înclinați și curbi (figura 1.1).

După forma profilului activ al dinților în secțiune, angrenajele se împart în evolventice și neevolventice (cicloidale, circulare, etc.).

Angrenajele se mai pot clasifica și în funcție de contactul teoretic dintre flancurile dinților: cu contact liniar și cu contact punctiform.

În construcția de mașini, angrenajele se întâlnesc sub următoarele forme:

- deschise, când roțile dințate funcționează în carcase deschise, fiind unse periodic cu unsoare consistentă (de exemplu roata dințată de la toba mașinilor de ridicat);
- închise, când roțile dințate funcționează în carcase închise, în baie de ulei sau sunt unse cu jet de ulei sub presiune (de exemplu în reductoare, cutii de viteză, etc.).

După mărimea vitezei periferice, angrenajelor pot fi:

- foarte lente $V < 0,5 \text{ m/s}$;
- lente $V = (0,5 \dots 3) \text{ m/s}$;
- cu viteză medie $V = (3 \dots 15) \text{ m/s}$;
- rapide $V > 15 \text{ m/s}$.

Dacă angrenajul este destinat pentru reducerea vitezei de rotație, poartă denumirea de angrenaj reductor, iar în cazul în care servește la creșterea vitezei de rotație - angrenaj multiplicator (amplificator).

După precizia de execuție, angrenajele se pot cuprinde în 12 clase de precizie în ordinea descrescândă a preciziei (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12). Angrenajele de uz general sunt executate în clasele de precizie 6...10.

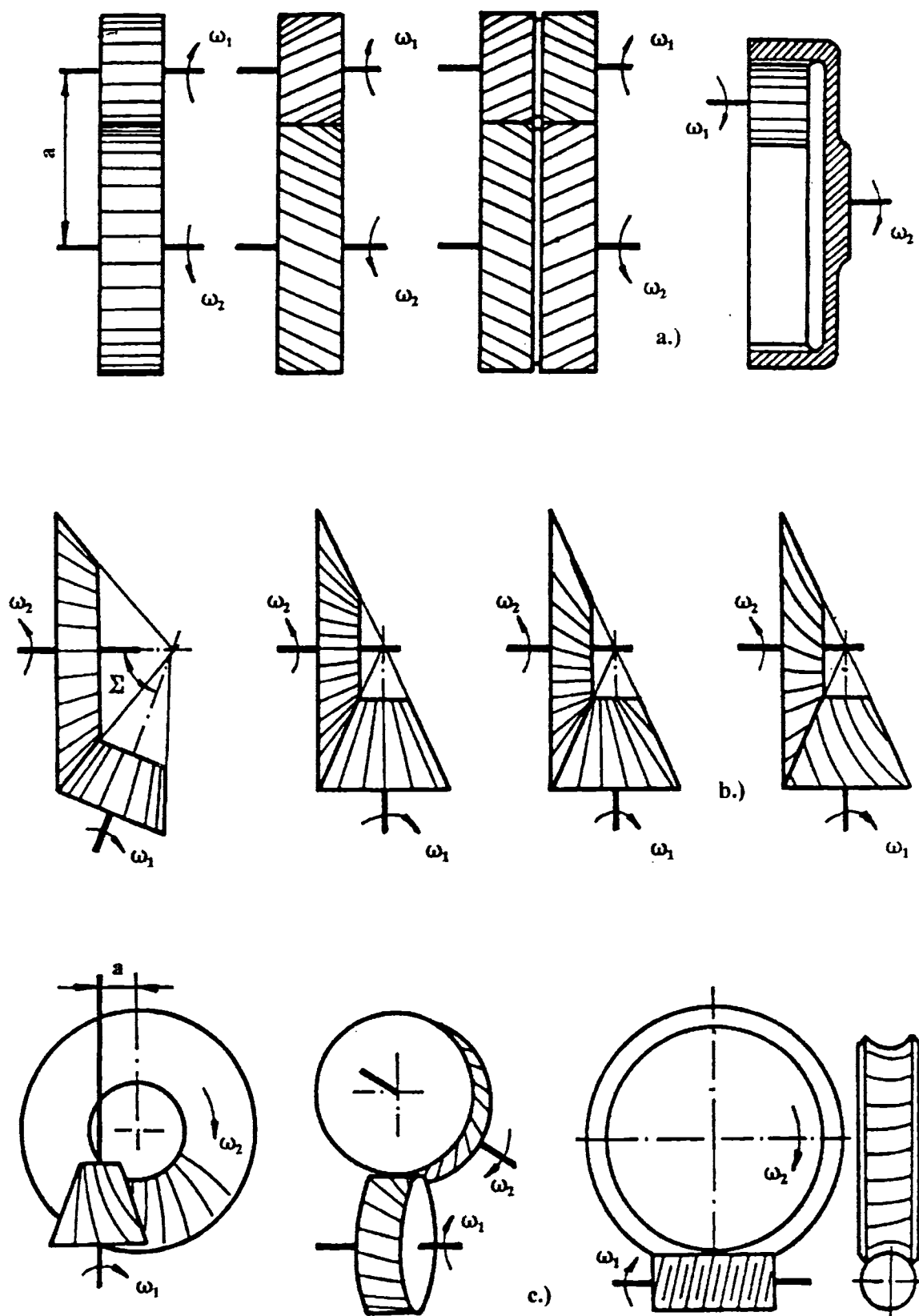


Fig. 1.1. Tipuri de angrenaje utilizate frecvent în construcția de mașini: a) angrenaje cu axe paralele; b) angrenaje cu axe concurente; c) angrenaje cu axe încrucișate.

2. ANGRENAGE CU AXE PARALELE

2.1. Noțiuni de bază

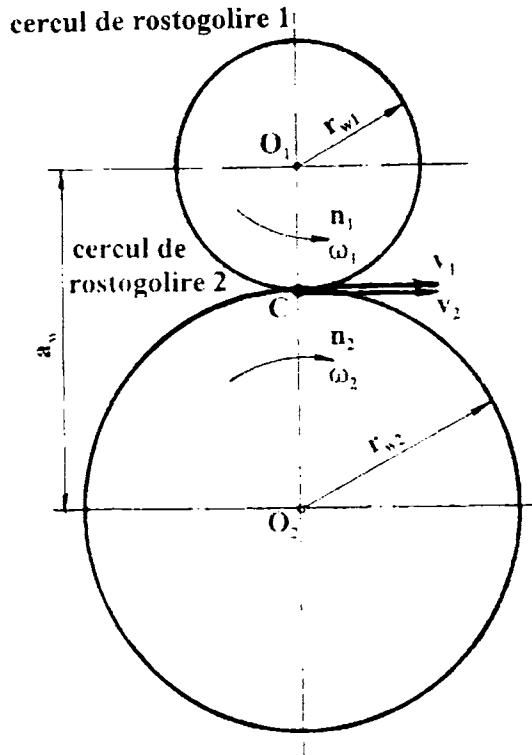


Fig. 2.1. Cercurile de rostogolire într-un angrenaj cilindric.

Pe baza figurii 2.1 se poate scrie:

$$\pi d_{w1} = \pi d_1 = z_1 p \quad \text{și} \quad \pi d_{w2} = \pi d_2 = z_2 p, \quad (2.2)$$

unde d_1 și d_2 sunt razele cercurilor de divizare ale roților dințate 1 și 2;

z_1 și z_2 - numerele de dinți ale roților dințate 1 și 2;

p - pasul măsurat pe cercurile de divizare.

Din relația (2.1) rezultă:

$$d_1 = z_1 \frac{p}{\pi} = z_1 m \quad \text{și} \quad d_2 = z_2 \frac{p}{\pi} = z_2 m, \quad (2.3)$$

unde $p/\pi = m$ este modulul roții dințate și are valorile standardizate în STAS 822 - 82.

Parametrul de bază al roților dințate este modulul în funcție de care se exprimă celelalte elemente geometrice prezentate în figura 2.2 cu formulele date în continuare.

Diametrele cercurilor de divizare:

$$d_1 = m z_1 \quad \text{și} \quad d_2 = m z_2.$$

Înălțimea capului dintelui:

$$h_a = h_a^* m.$$

Înălțimea piciorului dintelui:

$$h_f = h_a + c.$$

Aceste angrenaje sunt formate cu ajutorul unor roți cilindrice pe periferia cărora sunt executați dinți drepi sau înclinați (figura 1.1, a) cu un anumit profil.

În cazul angrenajelor cilindrice, cu axe paralele, există doi cilindri aflați în contact după o generatoare rectilinie, între care există rostogolire pură, numiți cilindri de rostogolire. Secționând cei doi cilindri cu un plan perpendicular pe axele lor, se obțin două cercuri tangente într-un punct C (figura 2.1). Aceste cercuri poartă denumirea de cercuri de rostogolire (cercuri primitive) iar punctul de contact C, polul angrenării.

Ținând seama de egalitatea vitezelor periferice pe cercurile de rostogolire, se poate scrie:

$$V_1 = V_2 \quad \text{sau} \quad r_{w1} \omega_1 = r_{w2} \omega_2,$$

de unde se obține raportul de transmitere:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}}. \quad (2.1)$$

Dimensiunile geometrice ale roților se determină ținând seama de figura 2.1. Pentru angrenajul executat fără deplasări de profil $d_{w1} = d_1$, $d_{w2} = d_2$, $p_w = p$ și $a_w = a$.

pagina lipsă

Distanța între axe elementară:

$$a = \frac{(d_1 + d_2)}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} .$$

Coeficientul de înălțime a capului dintelui este $h_a^* = 1$ iar coeficientul jocului radial de referință este $c^* = 0,25 (0,2)$, după standardul românesc.

În mod asemănător se pot determina dimensiunile unui angrenaj cu dantură interioară (figura 2.3.), cu relațiile prezentate în continuare.

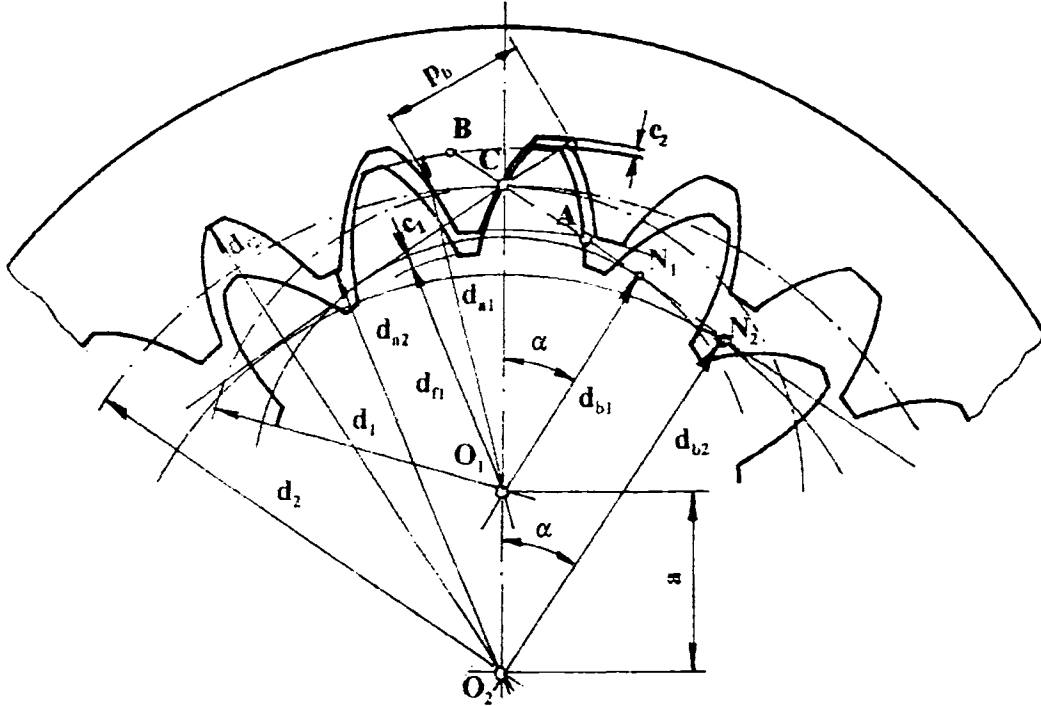


Fig. 2.3. Dimensiunile geometrice ale angrenajelor cu dantură interioară.

Diametrele cercurilor de divizare:

$$d_1 = m z_1 \quad \text{și} \quad d_2 = m z_2 .$$

Înălțimea capului dintelui:

$$h_a = h_a^* m .$$

Înălțimea piciorului dintelui:

$$h_f = h_a + c .$$

Jocul la capul dintelui:

$$c = c^* m .$$

Diametrele cercurilor de cap:

$$d_{a1} = d_1 + 2 h_a \quad \text{și} \quad d_{a2} = d_2 - 2 h_a .$$

Diametrele cercurilor de picior:

$$d_{f1} = d_1 - 2 h_f \quad \text{și} \quad d_{f2} = d_2 + 2 h_f .$$

Distanța între axe elementară:

$$a = \frac{d_2 - d_1}{2} = \frac{m(z_2 - z_1)}{2} .$$

2.2. Legea de bază a angrenării

Pentru ca profilele Γ_1 și Γ_2 (figura 2.4) să angreneze între ele, este necesar ca pe direcția normalei comune, în punctul de contact X , vitezele normale să fie egale, adică:

$$V_{n1} = V_{n2} . \quad (2.4)$$

Dacă această condiție nu este respectată, contactul dintre profilele Γ_1 și Γ_2 dispare (profilele se depărtează sau pătrund unul peste celălalt). Relația (2.4) se poate scrie sub forma:

$$V_1 \cos(\vec{V}_1, \vec{n}_1) = V_2 \cos(\vec{V}_2, \vec{n}_1) , \quad (2.5)$$

sau

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{n}_1 = \vec{V}_2 \cdot \vec{n}_1 . \quad (2.6)$$

Din relația (2.6) se poate obține:

$$\vec{V}_{12} \cdot \vec{n}_1 = 0 , \quad (2.7)$$

unde $\vec{V}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$ este viteza relativă a profilului Γ_1 în raport cu Γ_2 ;

$\vec{n}_1$ - normala la profilul Γ_1 în punctul de contact X .

Relația (2.7) exprimă legea de bază a angrenării.

Polul vitezei relative se obține din relația:

$$\vec{V}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 = 0 . \quad (2.8)$$

Din această relație rezultă că polul vitezei relative nu poate fi decât pe dreapta O_1O_2 unde vitezele V_1 și V_2 sunt coliniare și egale între ele. Egalând vitezele $V_1 = r_{w1} \omega_1$, și $V_2 = r_{w2} \omega_2$, rezultă:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{O_2C}{O_1C} . \quad (2.9)$$

Adică, normala comună la profilele Γ_1 și Γ_2 împarte distanța dintre centrele O_1 și O_2 în părți invers proporționale cu vitezele unghiulare.

Pentru ca raportul de transmitere u_{12} să fie constant, polul vitezelor relative C trebuie să ocupe o poziție fixă pe linia centrelor O_1O_2 . Polul vitezelor relative în cazul angrenajelor se numește polul angrenării. În cazul când $u_{12} = \text{const.}$ centroidale (rostogolitoare) sunt cercuri cu razele $r_{w1} = O_1C$ și $r_{w2} = O_2C$.

Dacă polul angrenării C își schimbă poziția pe linia centrelor O_1 și O_2 , centroidele mișcării nu vor fi cercuri, forma lor va depinde de funcția $u_{12} = f(\varphi_1)$, obținându-se roți dințate necirculare.

Profilele care satisfac legea de bază a angrenării, se numesc profile conjugate.

Viteza relativă V_{12} produce alunecarea profilelor favorizând uzarea flancurilor dinților. Ea este cu atât mai mare, cu cât punctul de contact X se îndepărtează de polul C .

Prin suprapunerea unei mișcări de rotație peste roata 1 cu $-\omega_1$ profilul Γ_1 devine fix, iar profilul Γ_2 va înfășura profilul Γ_1 (figura 2.4, b). Operația se poate realiza și invers suprapunând o mișcare de rotație peste roata 2 cu $-\omega_2$, în acest caz profilul Γ_1 va înfășura Γ_2 . Deci profilele Γ_1 și Γ_2 sunt reciproc înfășurătoare.

Unul dintre profilele conjugate poate fi ales arbitrar, însă celălalt trebuie să fie ales în strică concordanță cu legea de bază a angrenării.

În etapa actuală, cele mai utilizate roți dințate au profilul evolventic. Aceste roți respectă legea de bază a angrenării, deoarece evolventele sunt curbe reciproc înfășurătoare.

Există și cazuri când flancurile dinților au profilul cicloidal, în arc de cerc sau altele.

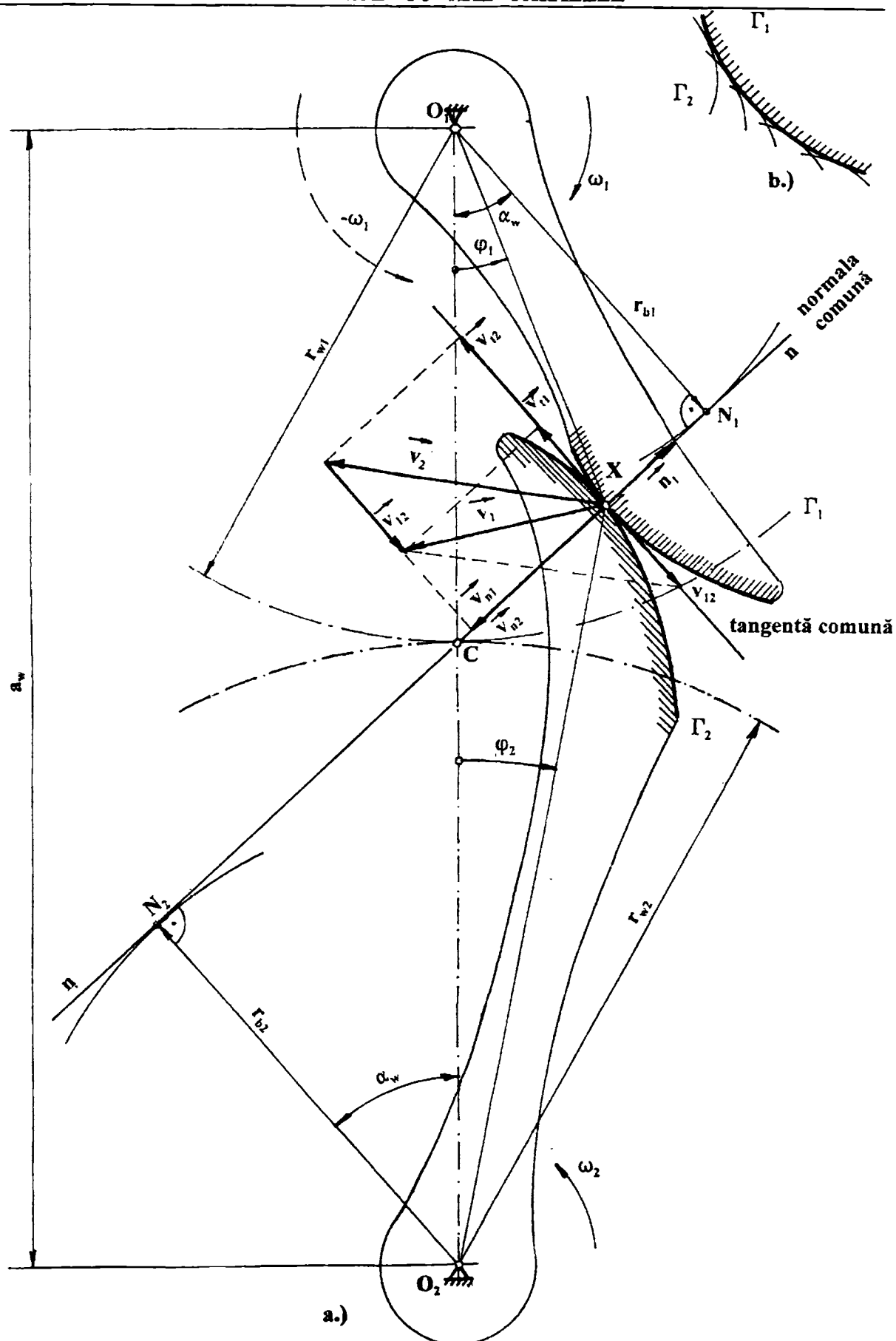


Fig. 2.4. Angrenarea profilelor Γ_1 și Γ_2 .

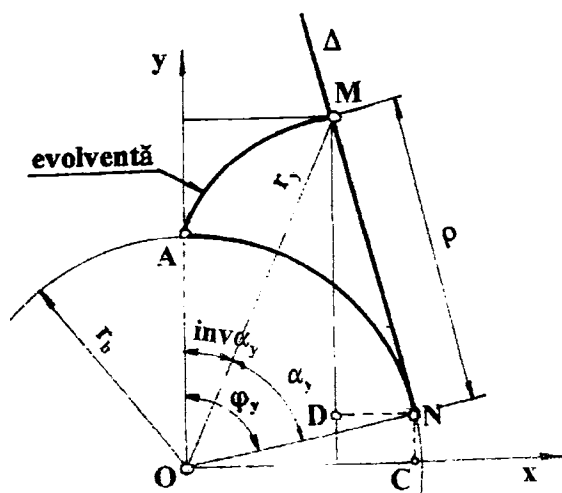


Fig. 2.5. Generarea evolventei.

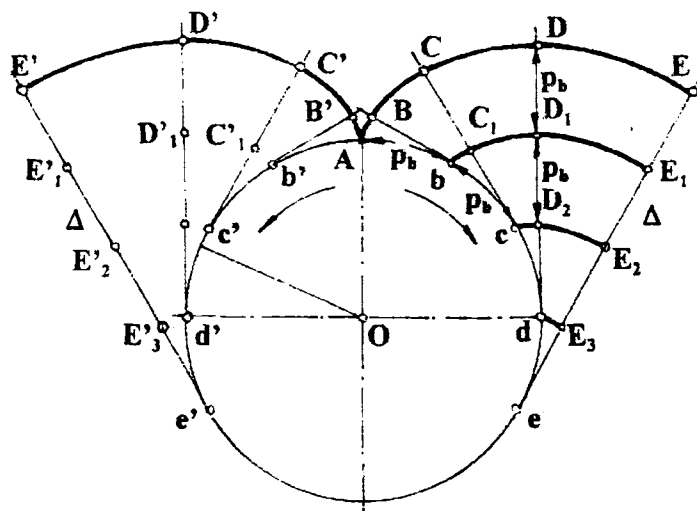


Fig. 2.6. Echidistantele evolventei.

adică, evolventele descrise de diferite puncte ale aceleiași drepte Δ sunt curbe echidistante.

Punctele de tangentă A, b, c, d și e ale dreptei generatoare Δ cu cercul de bază sunt centrele instantanee de rotație ale dreptei și centrele de curbură ale evolventei, în punctele A, B, C, D și E . Într-un sistem de axe coordonate (figura 2.5) ecuațiile parametrice ale evolventei se pot exprima astfel:

$$\begin{cases} x = r_b \sin \varphi_y - r_b \varphi_y \cos \varphi_y, \\ y = r_b \cos \varphi_y + r_b \varphi_y \sin \varphi_y. \end{cases} \quad (2.10)$$

Ecuția polară este:

$$r_y = \sqrt{x^2 + y^2} = r_b \sqrt{1 + \varphi_y^2}. \quad (2.11)$$

Din figura 2.5, ținând seama de generarea evolventei, rezultă:

$$\widehat{AN} = \overline{NM},$$

adică $r_b \varphi_y = r_b \tan \alpha_y$, sau $\alpha_y + \text{inv } \alpha_y = \tan \alpha_y$, de unde:

$$\text{inv } \alpha_y = \tan \alpha_y - \alpha_y. \quad (2.12)$$

Raza de curbură a evolventei este:

$$\rho = \overline{NM} = r_y \sin \alpha_y. \quad (2.13)$$

2.3. Generarea profilului evolventic

Evolventa este curba descrisă de un punct al unei drepte care se rostogolește pe un cerc, fără alunecare (figura 2.5). Cercul de rază r_b pe care se rostogolește dreapta Δ , fără alunecare, se numește cerc de bază. Dreapta Δ poartă denumirea de dreaptă generatoare.

Din procesul de generare rezultă că evolventa nu poate exista în interiorul cercului de bază. În funcție de cum se rostogolește dreapta Δ pe cerc se poate obține ramura din dreapta sau din stânga (figura 2.6). Dreapta generatoare este normală la evolventă, iar segmentul de dreaptă cuprins între punctul de tangentă cu cercul de bază și evolventă este egal cu raza de curbură a evolventei în acel punct.

Ținând seama de felul cum se generează evolventa, din figura 2.6, rezultă:

$$\widehat{Ab} = \overline{Bb} = \overline{DD_1} = \overline{EE_1},$$

$$\widehat{Ac} = \overline{Cc} = \overline{DD_2} = \overline{EE_2},$$

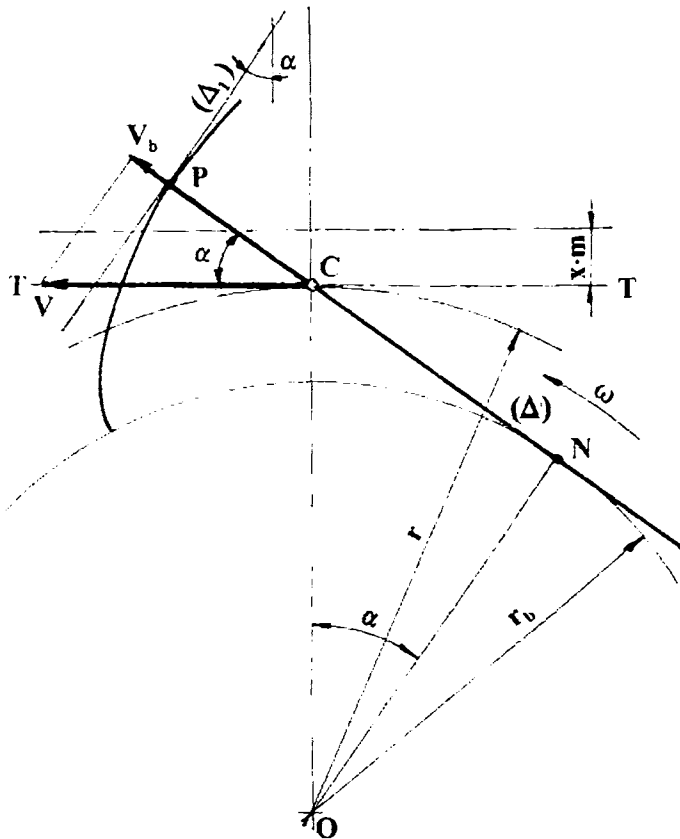


Fig. 2.7. Generarea cinematică a evolventei.

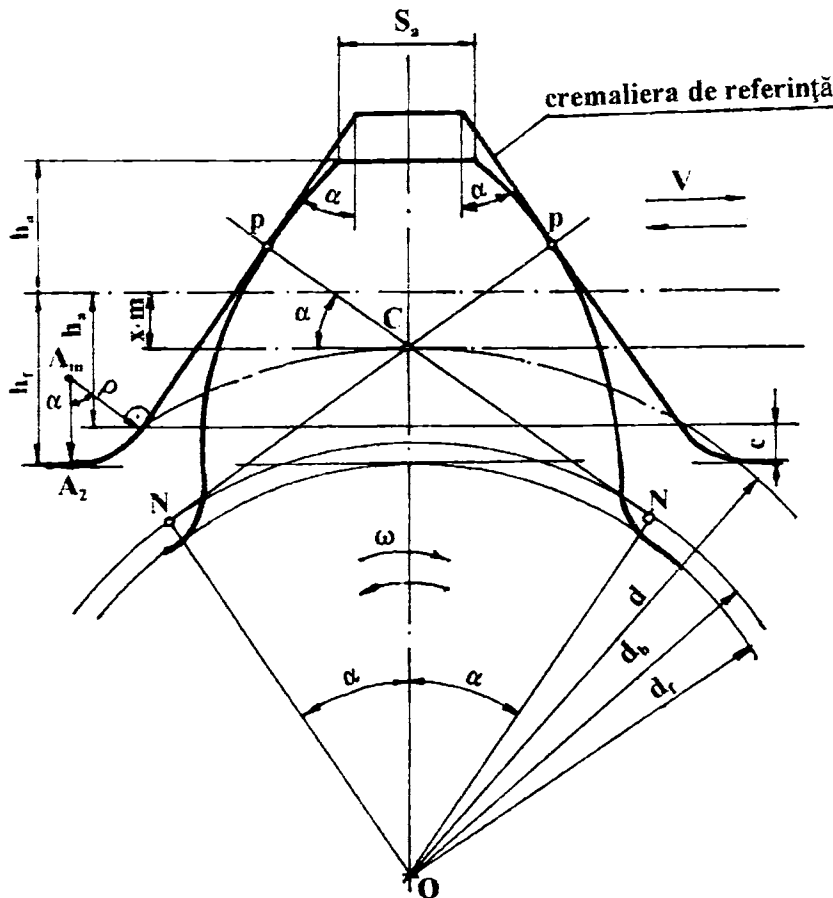


Fig. 2.8. Cremaliera generatoare a danturii cu profil în evolventă.

iar

$$r_b = r_y \cos \alpha_y. \quad (2.14)$$

Dacă peste mișcarea de rostogolire a dreptei Δ , pe cercul de bază, se suprapune o mișcare de rotație de sens contrar, atunci dreapta Δ va executa o mișcare de translație, iar cercul de bază se va roti. În această situație un punct P al dreptei Δ va descrie în planul cercului de bază (care se rostogolește) o evolventă (figura 2.7). Se poate observa că evolventa în procesul de generare este înfășurată de dreapta Δ_1 , care este perpendiculară pe dreapta Δ și tangentă la evolventă.

Considerând că dreapta Δ_1 , este legată rigid de dreapta TT care este tangentă la cercul cu raza r (cercul de divizare), se poate observa că în timp ce dreapta Δ se rostogolește pe cercul de bază, dreapta TT se rostogolește pe cercul de divizare cu raza r .

Prin urmare
centroidele mișcării vor
fi cercul de divizare și
dreapta TT (dreapta de
divizare).

Între razele r_b și r (figura 2.7) există relația:

$$r = \frac{r_b}{\cos \alpha}. \quad (2.15)$$

Dreapta Δ_1 poate fi considerată că este muchia sculei, care în procesul de generare execută o mișcare de pură translație, cu viteza (figura 2.7):

$$\mathbf{V} = \mathbf{r} \, \omega . \quad (2.16)$$

Scula cu muchia așchietoare rectilinie se numește cuțit pieptene și are la bază cremaliera (figura 2.8).

Pentru
generarea celui alt flanc
al dintelui se
procedează în mod
analog.

2.4. Generarea roților dințate cu profil în evolventă

Cremaliera generatoare are dimensiunile normalizate în STAS 821 - 82. Ea se poate obține dintr-o roată dințată considerând numărul de dinți $z = \infty$. Prin angrenare cu roata, cremaliera generează flancurile dinților, așa cum rezultă din figura 2.7. Pe această metodă se bazează procedeul de prelucrare a roților dințate prin rostogolire, unde scula angrenează cu semifabricatul.

Sculele pentru prelucrarea roților dințate prin rostogolire poartă denumirea de cuțit - pieptene (figura 2.9, a), cuțit - roată (figura 2.9, b) și freză melc-modul (figura 2.9, c).

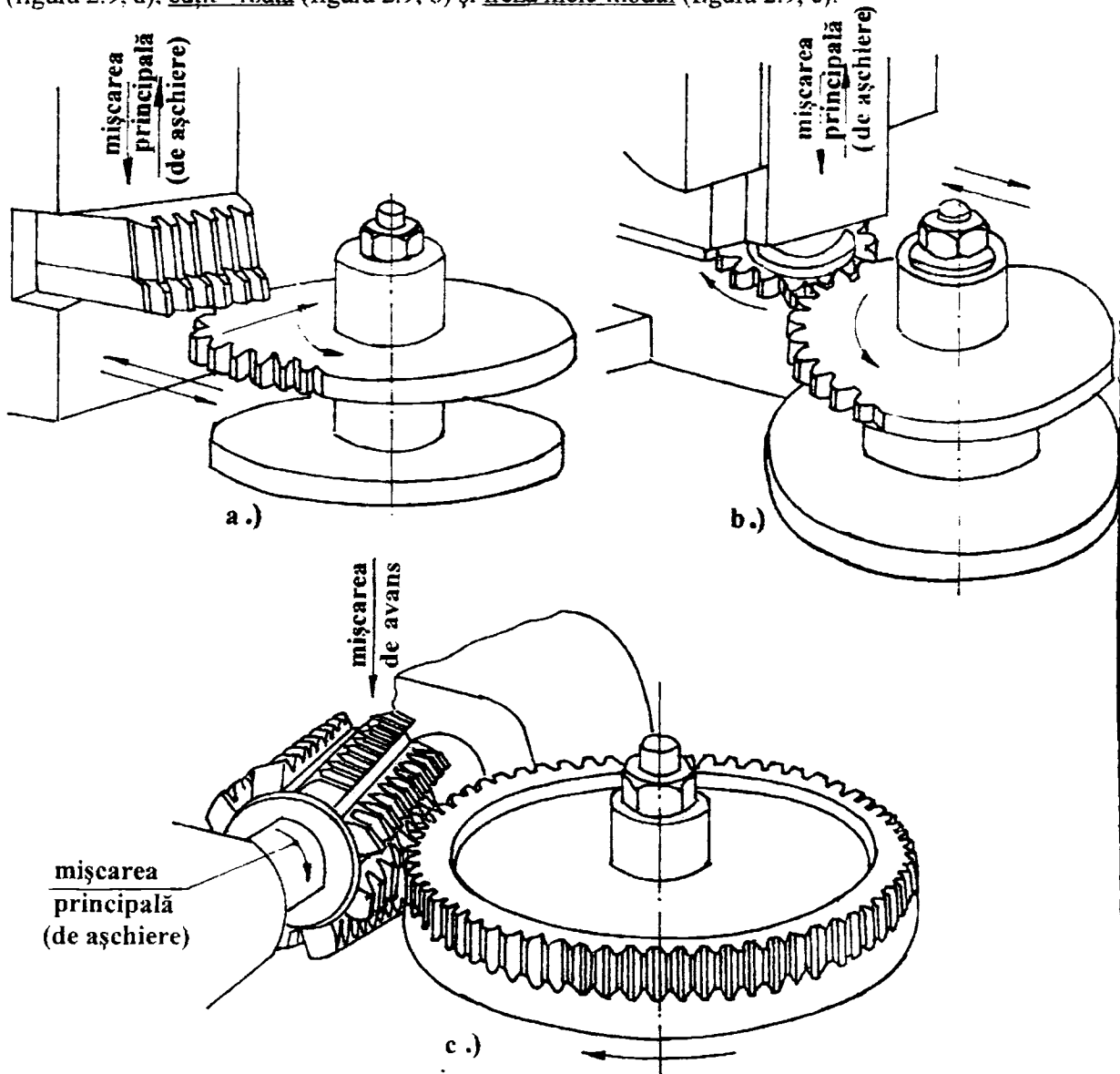


Fig. 2.9. Procede de prelucrare a roților dințate prin rostogolire.

Prelucrarea prin rostogolire a roților dințate prezintă următoarele avantaje: precizie ridicată a profilului dintelui și a pasului, universalitate a sculelor utilizate, productivitate ridicată.

Roțile dințate se mai pot dantura și prin procedeul de copiere, pe mașini de frezat universale cu freză disc - modul (figura 2.10, a) sau cu freză deget - modul (figura 2.10, b). În acest caz profilul frezei are forma golului dintre dinți. Scula execută o mișcare de rotație în jurul axei sale, iar semifabricatul sau scula o translație. După executarea unui gol semifabricatul se rotește cu unghiul $2\pi/z$ și frezarea se repetă. Roțile dințate astfel executate nu sunt suficient de precise, procedeul de prelucrare este

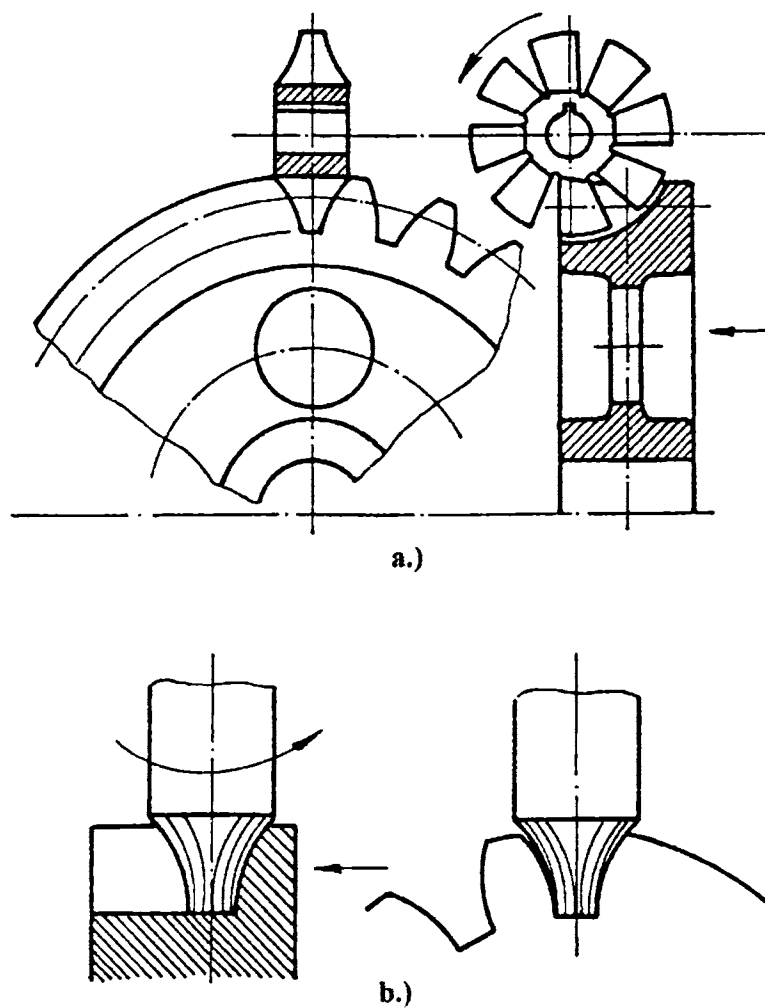


Fig. 2.10. *Procedee de prelucrare a roților dințate prin copiere.*

reproductiv și din această cauză el se aplică numai în cazul producției de unică dată la module foarte mari sau speciale.

2.5. Proprietățile de bază ale angrenajelor cu profil în evolventă

Așa cum s-a arătat în cazul angrenajelor cu raport de transmitere constant, centroidele sau rostogolitoarele sunt cercuri. În timpul transmiterii mișcării de rotație, punctul de contact P descrie o linie care se numește linie de angrenare. Pentru angrenajele cu profil în evolventă linia de angrenare este o linie dreaptă care se suprapune peste normala comună nn și peste dreapta generatoare a profilului, tangentă la cercurile de bază în punctele N_1 și N_2 (figura 2.11). Unghiul α_w , format de linia de angrenare N_1N_2 cu tangenta comună TT la cercurile de rostogolire se numește unghi de angrenare. Dacă roata 1 își schimbă sensul de rotație, atunci angrenarea se realizează pe celălalt flanc al dintelui, iar linia de angrenare ocupă o poziție simetrică, arătată cu linie întreruptă pe figura 2.11.

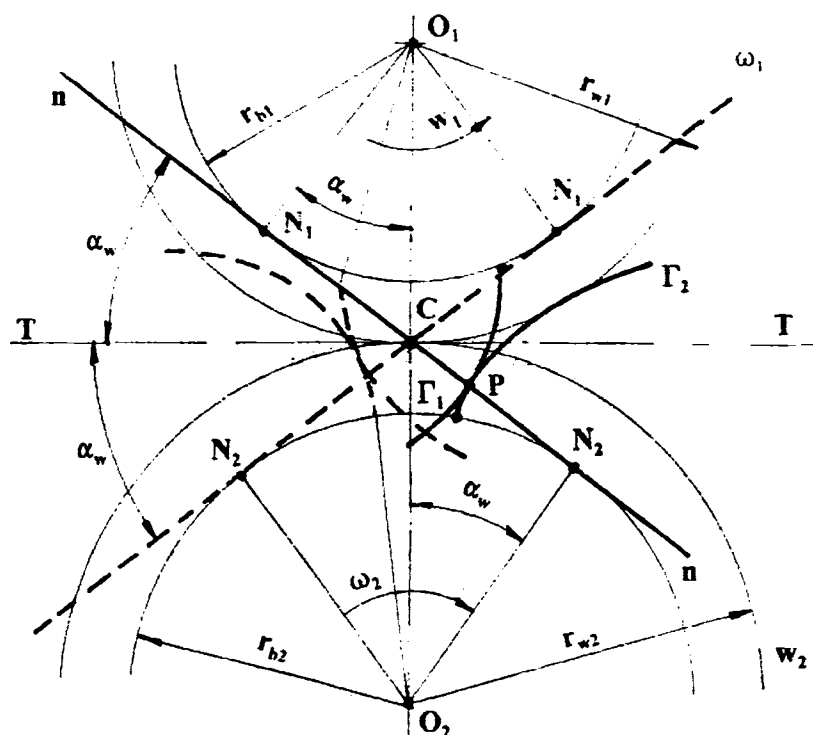


Fig. 2.11. Proprietățile angrenajelor cu profil în evolventă.

Din figura 2.11 rezultă:

$$\begin{cases} r_{b1} = \overline{O_1N_1} = \overline{O_1C} \cos \alpha_w = r_{w1} \cos \alpha_w, \\ r_{b2} = \overline{O_2N_2} = \overline{O_2C} \cos \alpha_w = r_{w2} \cos \alpha_w. \end{cases} \quad (2.17)$$

Ținând seama de relațiile (2.1) și (2.17) raportul de transmitere se poate exprima astfel:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}. \quad (2.18)$$

Deci raportul de transmitere u_{12} al roților dințate cu profil în evolventă nu depinde de unghiul de angrenare α_w , ci numai de razele cercurilor de bază.

Din relația (2.18) rezultă că, la schimbarea distanței dintre axe, angrenarea profilelor evolventice nu se distruge, adică raportul de transmitere rămâne constant.

Schimbarea distanței dintre axe se poate produce, în general, la ansamblarea roților dințate din cauza erorilor de montaj.

În figura 2.12 se arată două roți dințate care în poziția inițială angrenează în punctul C (figura

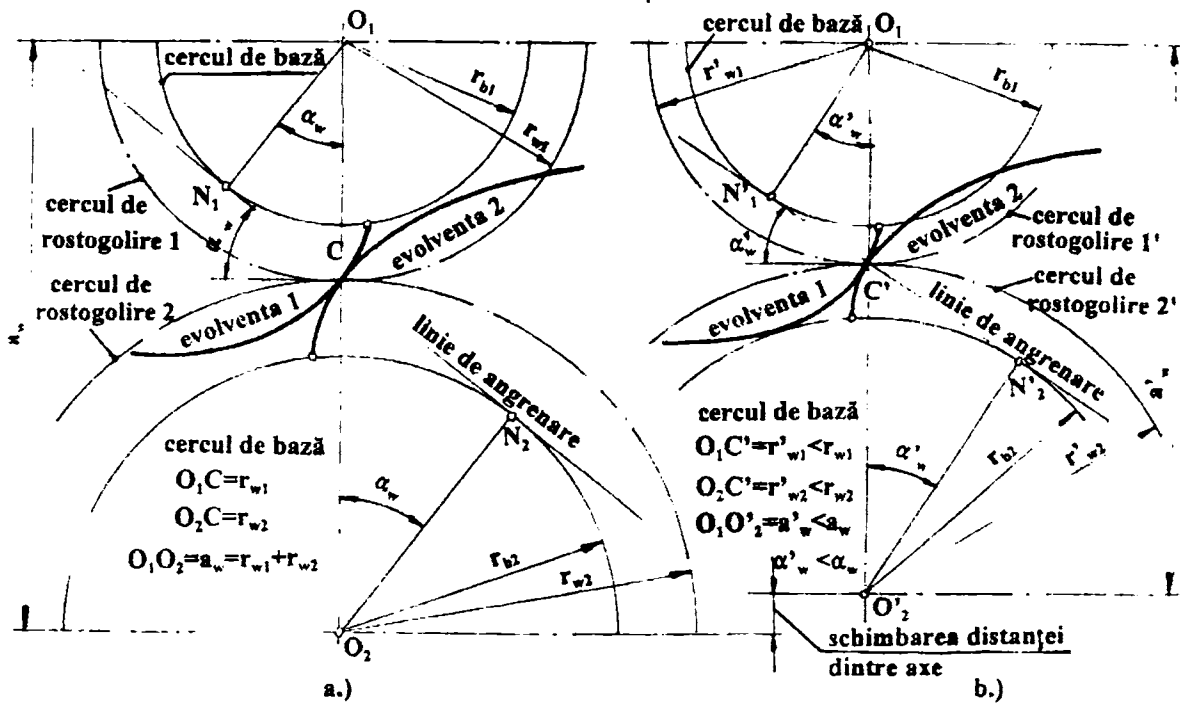


Fig. 2.12. Variația distanței dintre axe în cazul angrenajelor cu profil în evolventă.

2.12, a) având distanța axială a_w . Prin schimbarea distanței dintre axe, punctul de contact se mută în C' , iar razele cercurilor de rostogolire se schimbă (figura 2.12, b).

Din figura 2.12 rezultă:

$$\begin{cases} r_{b1} = r_{w1} \cos \alpha_w = r'_{w1} \cos \alpha'_w, \\ r_{b2} = r_{w2} \cos \alpha_w = r'_{w2} \cos \alpha'_w. \end{cases} \quad (2.19)$$

Adunând relațiile (2.19) se obține:

$$r_{b1} + r_{b2} = (r_{w1} + r_{w2}) \cos \alpha_w = (r'_{w1} + r'_{w2}) \cos \alpha'_w,$$

sau

$$a_w \cos \alpha_w = a'_w \cos \alpha'_w. \quad (2.20)$$

2.6. Stabilirea dimensiunilor geometrice ale roților dințate cilindrice cu dinți drepți, în cazul general

Dimensiunile geometrice ale roților dințate cilindrice cu dinți drepți se vor stabili ținând seama de cremaliera de referință, STAS 821 - 82 (figura 2.13).

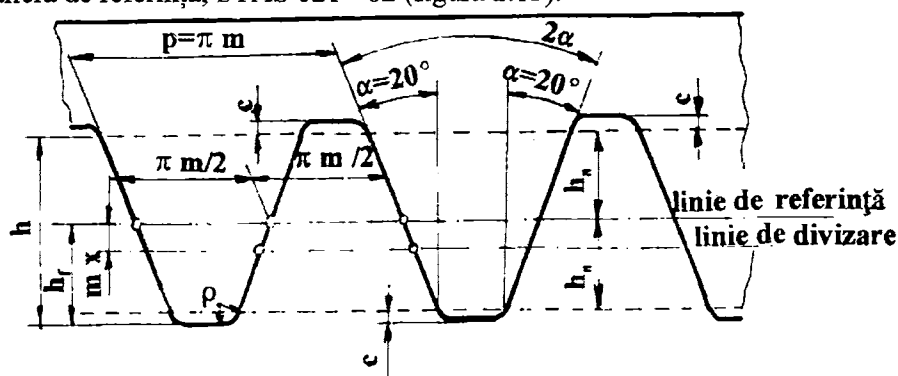


Fig. 2.13. Elementele geometrice ale cremalierii de referință.

Elementele geometrice a cremalierii de referință sunt:

- unghiul profilului de referință $\alpha = 20^\circ$;
- pasul cremalierii de referință $p = \pi m$;
- înălțimea capului de referință $h_a = h_a^* m$;
- jocul de referință la picior $c = c^* m$;
- înălțimea piciorului de referință $h_f = (h_a^* + c^*) m$;
- înălțimea dintelui cremalierii $h = h_a + h_f = (2 h_a^* + c^*) m$;
- raza de racordare (figura 2.8) $\rho = \frac{A_2 A_m}{1 - \sin \alpha} = \frac{c}{1 - \sin \alpha}$;

m - modulul STAS 822-82;

h_a^* - coeficientul de înălțime a capului de referință;

c^* - coeficientul jocului de referință.

Dreapta pe care grosimea dintelui cremalierii este egală cu lățimea golului poartă denumirea de linie de referință. Liniile paralele cu linia de referință a cremalierii, care sunt tangente la cercul de divizare a roții dințate se numesc linii de divizare (figura 2.14). Pe această linie grosimea dintelui nu este egală cu lățimea golului. Împărțind diametrul cercului de divizare cu numărul de dinți se obține modulul sau pasul diametral:

$$\frac{d}{z} = m. \quad (2.21)$$

Între lățimea golului măsurat pe linia de divizare a cremalierii și grosimea dintelui roții, măsurată pe cercul de divizare există relația:

$$\widehat{AC} = \overline{A'C}, \quad (2.22)$$

sau

$$s = \frac{\pi m}{2} + 2 x m \tan \alpha, \quad (2.23)$$

unde x este deplasarea specifică de profil.

Dacă linia de referință a cremalierii se îndepărtează față de cercul de divizare în sens pozitiv (figura 2.14), grosimea dintelui roții crește și invers.

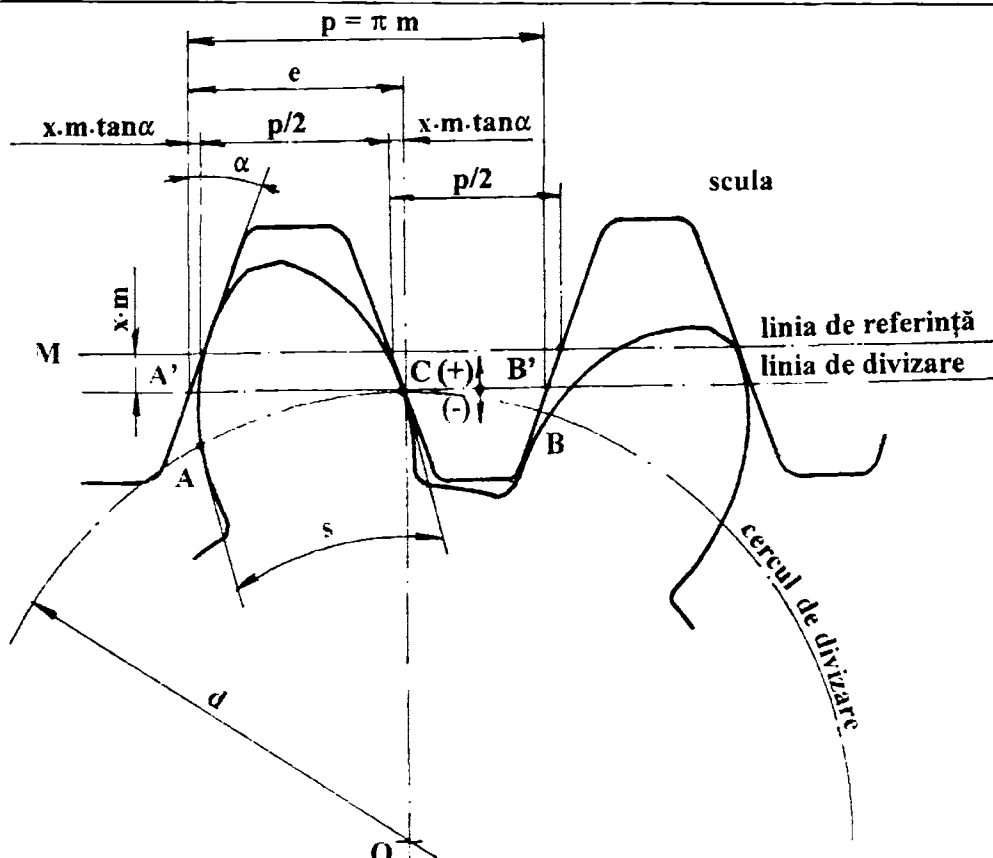


Fig. 2.14. Angrenajul roată dințată - cremalieră.

Prin urmare deplasarea specifică de profil x din relația (2.23) poate fi $x > 0$ (roată corijată pozitiv), $x = 0$ (roată necorijată), sau $x < 0$ (roată corijată negativ). Influența deplasărilor specifice de profil asupra dinților roților dințate este arătată în figura 2.15.

În cazul unui angrenaj format din două roți dințate se pot întâlni următoarele cazuri:

- a) $x_1 = 0, x_2 = 0$ angrenaj zero;
- b) $x_1 = -x_2$ angrenaj zero deplasat;
- c) $x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$ angrenaj cu deplasare de profil sau angrenaj deplasat.

Grosimea dintelui pe un cerc oarecare se poate determina din figura 2.16 astfel:

$$\theta = \text{inv } \alpha + \frac{s}{2r} = \text{inv } \alpha_y + \frac{s_y}{2r_y}, \quad (2.24)$$

de unde

$$s_y = 2r_y \left[\frac{1}{z} \left(\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha \right) - (\text{inv } \alpha_y - \text{inv } \alpha) \right]. \quad (2.25)$$

Unghiul α_y se poate determina cu relația (figura 2.16):

$$\cos \alpha_y = \frac{r}{r_y} \cos \alpha. \quad (2.26)$$

Relațiile (2.25) și (2.26) permit determinarea grosimii dintelui pe oricare cerc al roții dințate. Pentru cazul ascuțirii dintelui, când $s_y = 0$, relațiile (2.25) și (2.26) se transformă astfel:

$$\text{inv } \alpha_y = \frac{1}{z} \left(\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha \right) + \text{inv } \alpha, \quad (2.27)$$

iar

$$r_y = r \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_y}. \quad (2.28)$$

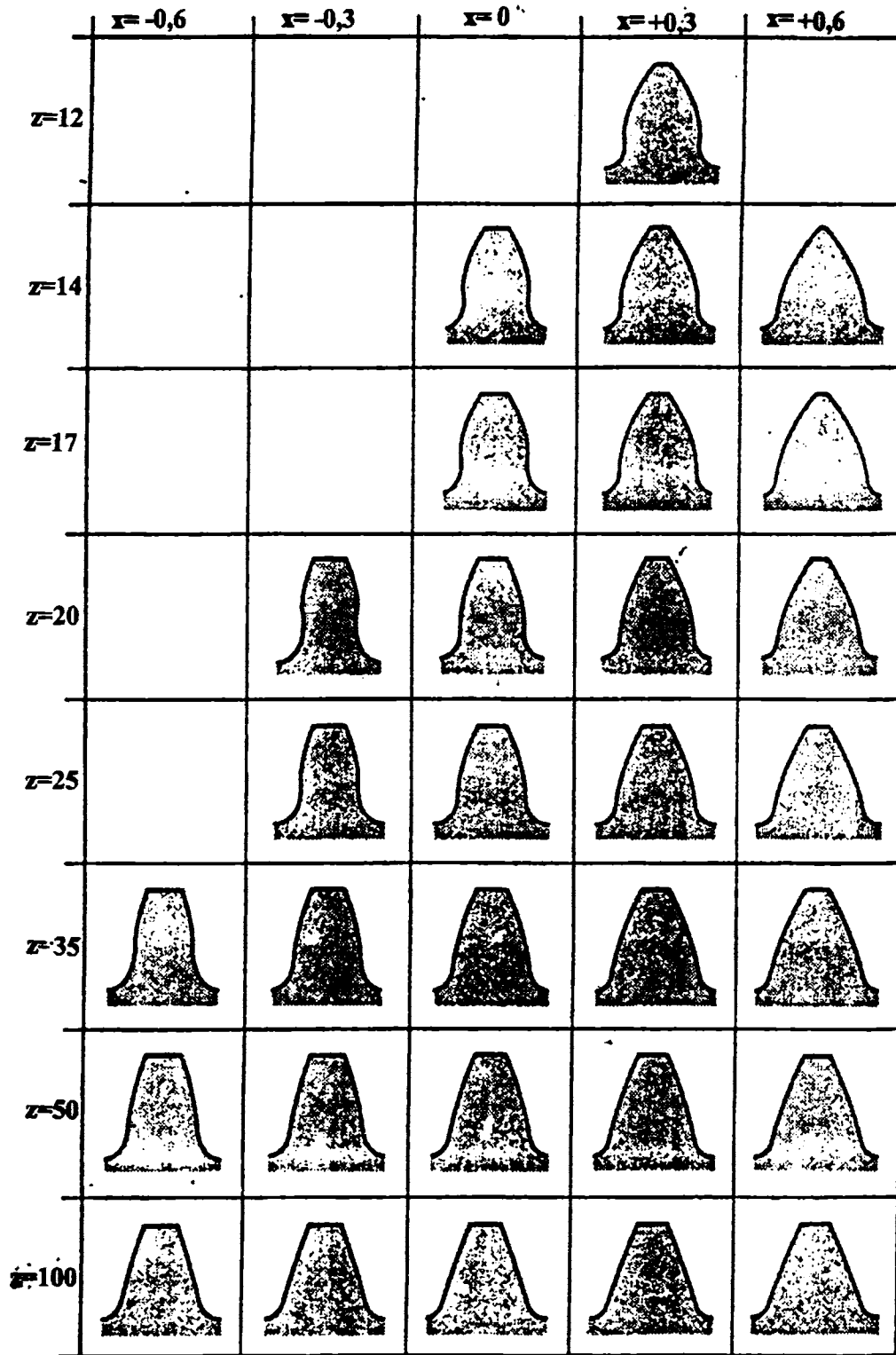


Fig. 2.15. Influența deplasărilor specifice de profil asupra forme dinților după MAAG.

Pasul măsurat pe cercul cu raza r_y se poate obține din relațiile:

$$\left. \begin{aligned} p_z &= 2\pi r \\ p_y z &= 2\pi r_y \end{aligned} \right\} \Rightarrow p_y = p \frac{r_y}{r}, \quad (2.29)$$

care, ținând seama de relația (2.26), devine:

$$p_y = p \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_y}. \quad (2.30)$$

În cazul unui angrenaj (figura 2.17) grosimile dinților pe cercurile de rostogolire la roțile 1 și

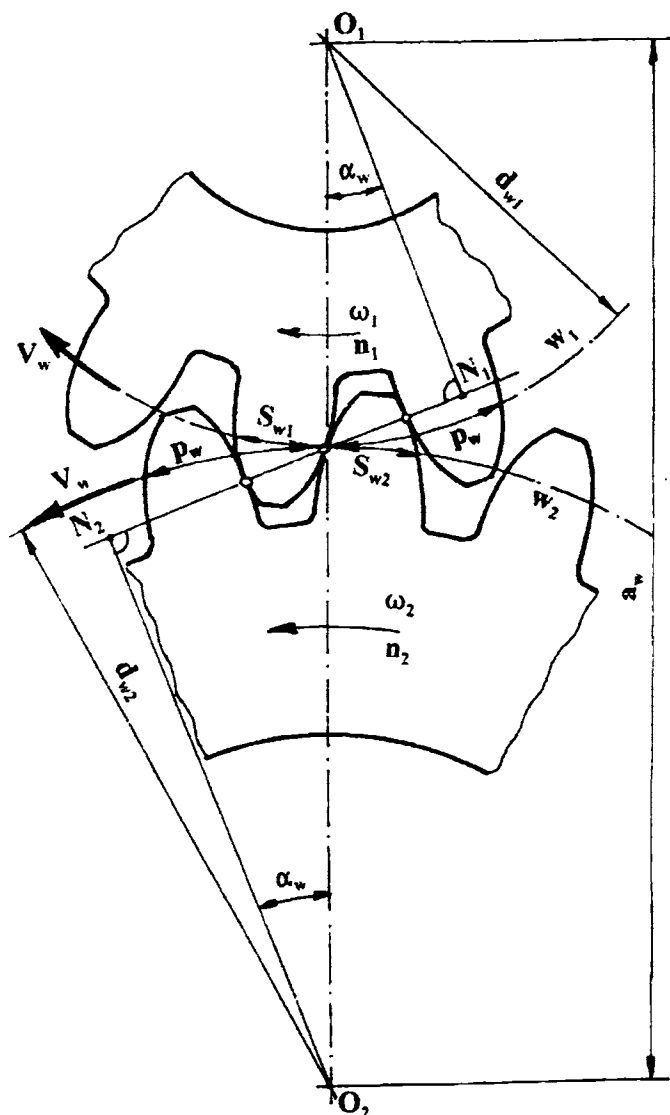


Fig. 2.17. Grosimea dinților pe cercurile de rostogolire.

Cunoscând distanța dintre axe se pot calcula razele cercurilor de rostogolire:

$$r_{w1} = a_w \frac{z_1}{z_1 + z_2} = \frac{a_w}{1 + u}, \quad (2)$$

și

$$r_{w2} = a_w \frac{z_2}{z_1 + z_2} = \frac{a_w u}{1 + u}, \quad (2)$$

unde

$$u = \frac{z_2}{z_1}$$

În cazul când se cunoaște distanța dintre axe a_w și numerele de dinți z_1 și z_2 :

$$\cos \alpha_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2 a_w} \cos \alpha = \frac{a}{a_w} \cos \alpha, \quad (2)$$

și

$$x_1 + x_2 = \frac{(z_1 + z_2)(\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \tan \alpha}. \quad (2)$$

Din relațiile (2.39) se poate observa că în general $a_w \neq a$, deci:

$$a_w = a + ym, \quad (2.44)$$

sau

$$y = \frac{a_w - a}{m} = \frac{a}{m} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} - 1 \right) = \frac{z_1 + z_2}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} - 1 \right), \quad (2.45)$$

unde y este coeficientul de modificare a distanței între axe.

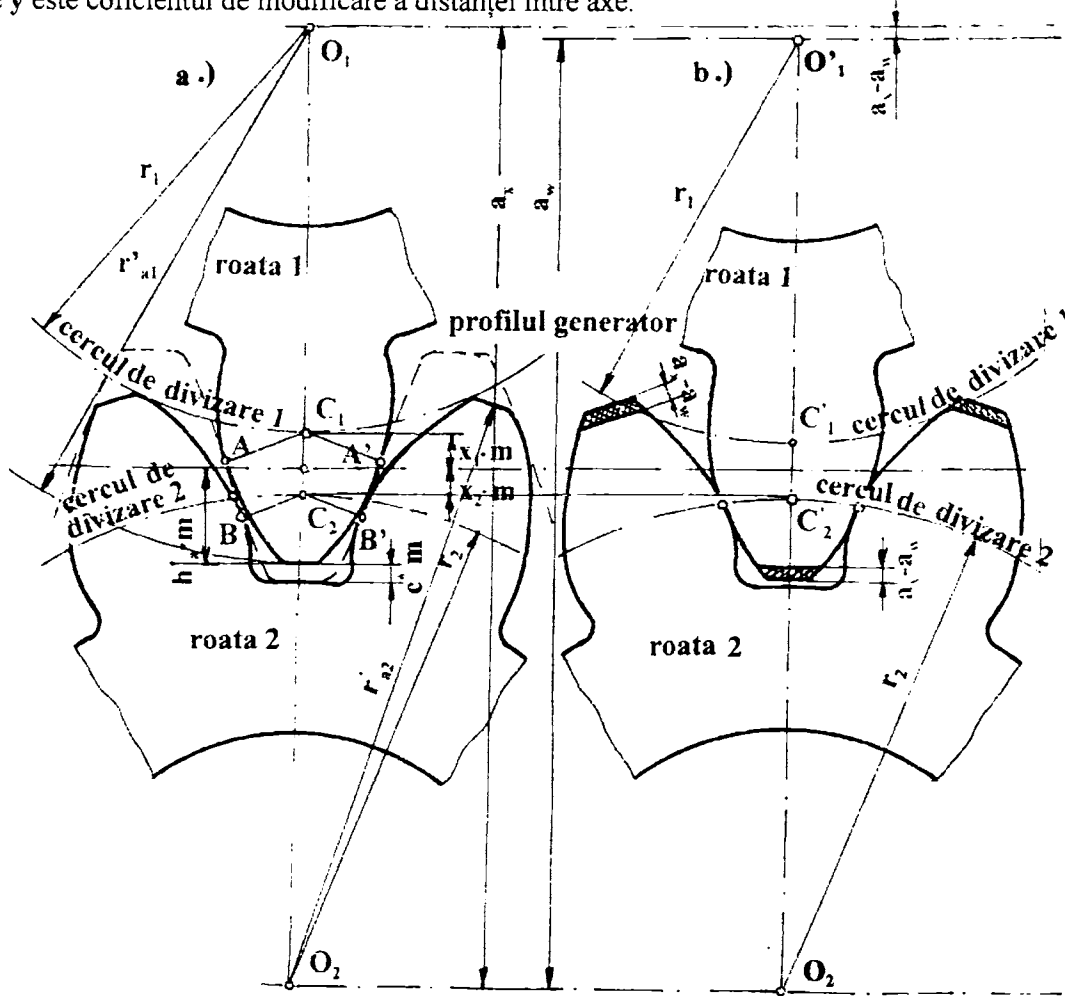


Fig. 2.18. Scurtarea dinților pentru menținerea jocului la piciorul dintelui.

Diametrele de cap ale roților dințate (figura 2.18, a), definite prin intermediul profilului de referință, sunt:

$$d'_{a1} = 2 r'_{a1} = 2 (r_1 + h_a^* m + x_1 m) = m (z_1 + 2 h_a^* + 2 x_1), \quad (2.46)$$

și

$$d'_{a2} = 2 r'_{a2} = 2 (r_2 + h_a^* m + x_2 m) = m (z_2 + 2 h_a^* + 2 x_2). \quad (2.47)$$

Distanța între axe, în acest caz, este:

$$a_x = r_1 + r_2 + x_1 m + x_2 m = a + (x_1 + x_2) m. \quad (2.48)$$

Pentru realizarea angrenajului fără joc lateral (figura 2.18, b) cele două roți trebuie apropiate cu mărimea $a_x - a_w$, astfel încât:

$$a_x - a_w = a + (x_1 + x_2) m - a - y m = (x_1 + x_2 - y) m = k m, \quad (2.49)$$

unde k este coeficientul de scurtare a înălțimii dintelui.

$$k = x_1 + x_2 - y \geq 0 \quad (2.50)$$

Stabilirea dimensiunilor geometrice ale roților dințate cilindrice cu dinți drepti, în cazul general

În scopul menținerii jocului standardizat la capul dintelui diametrele d_{a1} și d_{a2} trebuie micșorate cu mărimea $2 k m$, obținându-se în final:

$$d_{a1} = m(z_1 + 2 h_a^* + 2 x_1 - 2 k), \quad (2.51)$$

și

$$d_{a2} = m(z_2 + 2 h_a^* + 2 x_2 - 2 k). \quad (2.52)$$

Înălțimea dinților angrenajului deplasat este:

$$h = m(2 h_a^* + c^* - k). \quad (2.53)$$

Diametrele cercurilor de picior sunt:

$$d_f = d_{a1} - 2 h = m(z_1 - 2 h_a^* + 2 x_1 - 2 c^*), \quad (2.54)$$

$$d_f = d_{a2} - 2 h = m(z_2 - 2 h_a^* + 2 x_2 - 2 c^*). \quad (2.55)$$

Pentru angrenajul angrenajul zero ($x_1 = 0$ și $x_2 = 0$) și angrenajul zero deplasat ($x_1 = -x_2$) relațiile dimensiunilor geometrice se modifică astfel:

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 0$$

$$x_1 = -x_2$$

$$\alpha_w = \alpha = 20^\circ$$

$$\alpha_w = \alpha = 20^\circ$$

$$r_{w1} = r_1; \quad r_{w2} = r_2$$

$$r_{w1} = r_1; \quad r_{w2} = r_2$$

$$a_w = a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$$

$$a_w = a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$$

$$y = 0$$

$$y = 0$$

$$k = 0$$

$$k = 0$$

$$d_{a1} = m(z_1 + 2 h_a^*)$$

$$d_{a1} = m(z_1 + 2 h_a^* + 2 x_1)$$

$$d_{a2} = m(z_2 + 2 h_a^*)$$

$$d_{a2} = m(z_2 + 2 h_a^* + 2 x_2)$$

$$h = m(2 h_a^* + c^*)$$

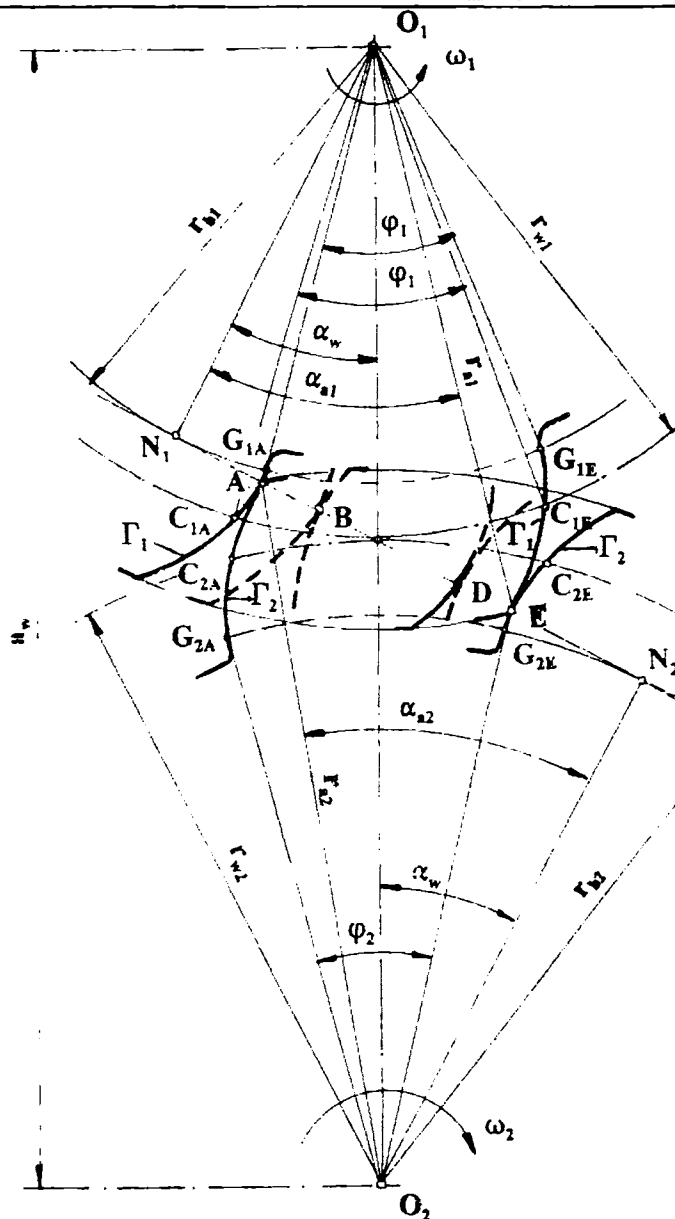
$$h = m(2 h_a^* + c^*)$$

$$d_f = m(z_1 - 2 h_a^* - 2 c^*)$$

$$d_f = m(z_1 - 2 h_a^* + 2 x_1 - 2 c^*)$$

$$d_f = m(z_2 - 2 h_a^* - 2 c^*)$$

$$d_f = m(z_2 - 2 h_a^* + 2 x_2 - 2 c^*)$$



2.7. Determinarea gradului de acoperire

Așa cum se poate observa din figura 2.19, ținând seama de sensurile rotației, angrenarea profilelor (flancurilor dinților) începe în punctul A și se termină în punctul E. Distanța AE se numește segment de angrenare. În timpul cât punctul de contact dintre flancuri parcurge segmentul AE, se

rostogolesc între ele arcele $\widehat{C_{1A}C_{1E}}$ și $\widehat{C_{2A}C_{2E}}$, pe cercurile de rostogolire, denumite arce de angrenare.

Pentru ca angrenarea să fie continuă, trebuie ca înainte de ieșirea din angrenare a flancurilor dinților, în punctul E, să intre în angrenare perechea de flancuri următoare. Această cerință este asigurată dacă:

$$\epsilon_\alpha = \frac{\widehat{C_{1A}C_{1E}}}{p_w} > 1, \quad (2.56)$$

Fig. 2.19. Gradul de acoperire al angrenajelor cilindrice cu dinți drepți.

unde ϵ_α se numește grad de acoperire;
 p_w - pasul măsurat pe cercul de rostogolire.

Din condiția de generare a flancurilor evolventice rezultă:

$$\overline{AE} = \widehat{G_{1A}G_{1E}} = \widehat{G_{2A}G_{2E}} = r_{b1} \varphi_1 \quad \text{și} \quad \widehat{C_{1A}C_{1E}} = \widehat{C_{2A}C_{2E}} = r_{w1} \varphi_1.$$

Pe baza acestor relații se poate obține:

$$\frac{\widehat{C_{1A}C_{1E}}}{\overline{AE}} = \frac{r_{w1}}{r_{b1}} = \frac{1}{\cos \alpha_w}. \quad (2.57)$$

Ținând seama de relația (2.57), gradul de acoperire ϵ_α devine:

$$\epsilon_\alpha = \frac{\overline{AE}}{p_w \cos \alpha_w} = \frac{\overline{AE}}{p \cos \alpha} = \frac{\overline{AE}}{p_b}. \quad (2.58)$$

Gradul de acoperire $\epsilon_\alpha > 1$ înseamnă că pe segmentul de angrenare, pe anumite porțiuni se află în angrenare două perechi de profile (flancuri). Se consideră că angrenarea începe între două flancuri în **A**, când perechea următoare a ajuns în **D**. În momentul când perechea din **A** ajunge în **B**, perechea din **D** ajunge în **E**.

Prin urmare pe porțiunile **AB** și **DE** angrenează două perechi de flancuri, iar pe porțiunea **BD** o singură pereche. Angrenarea cu două perechi de profile (dinți) poartă denumirea de angrenare bipolară, iar cea cu o pereche de profile (dinți) angrenare unipară. Punctul **B** este punctul de intrare în angrenare unipară, iar **D** punctul de ieșire din angrenare unipară. Segmentul corespunzător angrenării unipare este:

$$\overline{BD} = \overline{AE} - 2\overline{AB} = \epsilon_\alpha p_b - 2(\epsilon_\alpha p_b - p_b) = p_b (2 - \epsilon_\alpha) . \quad (2.59)$$

Considerând $\epsilon_\alpha = 1,6$, conform relației (2.59), se obține $\overline{BD} = p_b (2 - 1,60) = p_b \cdot 0,4$, adică pe 40% din p_b angrenarea este unipară și pe 60% bipolară.

Datorită acestui fapt presiunea de contact dintre flancuri variază între o valoare și dublul ei, ceea ce conduce la zgomot și la solicitări de oboseală.

Din figura 2.19 rezultă:

$$\epsilon_\alpha = \frac{\overline{AE}}{p_b} = \frac{\overline{AC} + \overline{CE}}{p_b} = \frac{(\overline{N_2A} - \overline{N_2C}) + (\overline{N_1C} - \overline{N_1A})}{p_b} , \quad (2.60)$$

sau

$$\epsilon_\alpha = \frac{r_{b2}(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha_w) + r_{b1}(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha_w)}{p_b} . \quad (2.61)$$

Înlocuind în relația (2.61) relațiile:

$$r_{b1} = \frac{m z_1}{2} \cos \alpha , \quad r_{b2} = \frac{m z_2}{2} \cos \alpha \quad \text{și} \quad p = \pi m ,$$

se obține:

$$\epsilon_\alpha = \frac{z_1}{2 \pi} \left[\frac{(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha_w) + u(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha_w)}{p_b} \right] , \quad (2.62)$$

unde

$$u = \frac{z_2}{z_1} , \quad \cos \alpha_{a1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}} \quad \text{și} \quad \cos \alpha_{a2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} .$$

Creșterea unghiului de angrenare α_w conduce la scăderea gradului de acoperire ϵ_α și invers.

În cazul angrenajului roata dințată-cremalieră (figura 2.20) gradul de acoperire se determină cu relația:

$$\epsilon_\alpha = \frac{\overline{AE}}{p_b} = \frac{(\overline{N_1E} - \overline{N_1C}) + \overline{CA}}{p_b} , \quad (2.63)$$

sau

$$\epsilon_\alpha = \frac{r_{b1}(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha) + \frac{m(h_a^* - x_1)}{\sin \alpha}}{\pi m \cos \alpha} . \quad (2.64)$$

Ținând seama de relația:

$$r_{b1} = \frac{m z_1}{2} \cos \alpha ,$$

gradul de acoperire devine:

$$\epsilon_\alpha = \frac{1}{2 \pi} \left[z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha) + \frac{4(h_a^* - x_1)}{\sin (2 \alpha)} \right] . \quad (2.65)$$

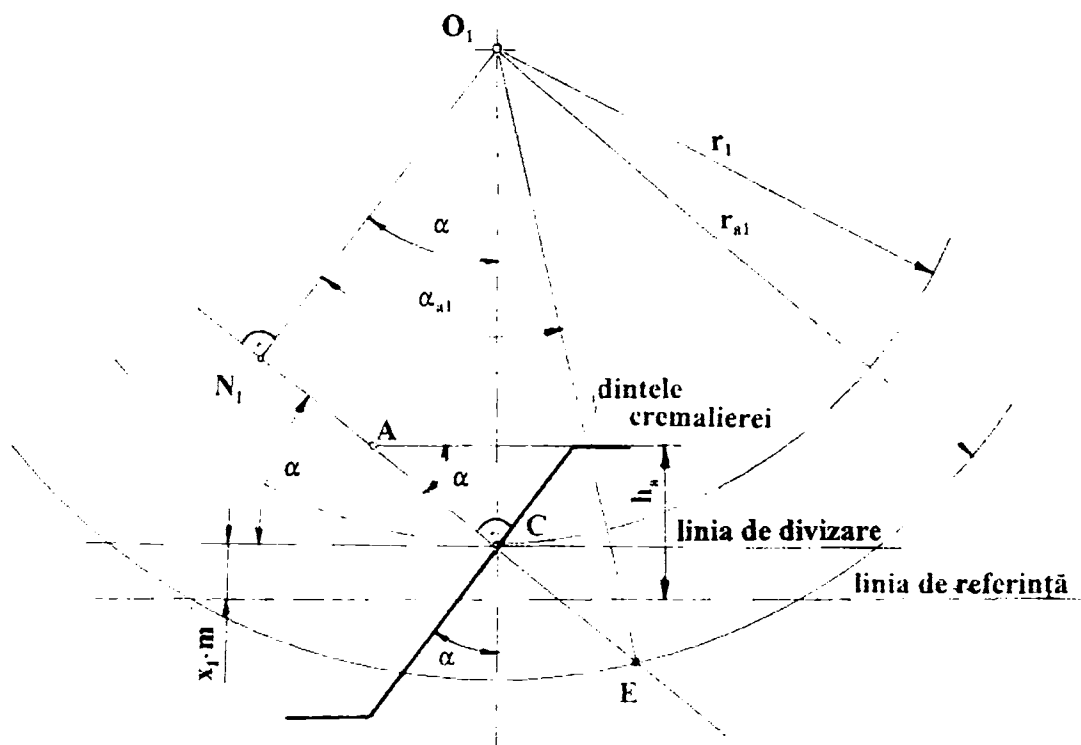


Fig. 2.20. Angrenaj roată dințată - cremalieră.

Valoarea maximă posibilă a gradului de acoperire ϵ_α se obține în cazul când $z_1 = z_2 = \infty$, adică în cazul când cele două roți se transformă în două cremaliere (figura 2.21).

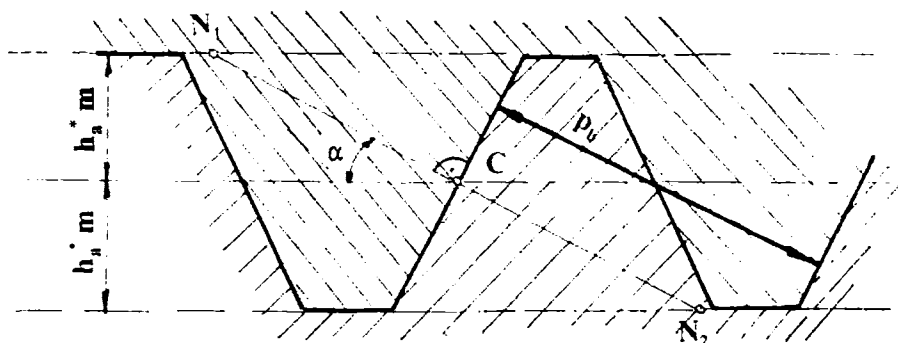


Fig. 2.21. Angrenajul cremalieră - cremalieră.

Segmentul de angrenare este:

$$\overline{AE} = \overline{N_1 N_2} = \frac{2 h_a^* m}{\sin \alpha},$$

iar pasul cremalierei măsurat în lungul segmentului de angrenare este $p_b = \pi m \cos \alpha$.

Gradul de acoperire maxim este:

$$\epsilon_{\alpha \max} = \frac{\overline{N_1 N_2}}{p_b} = \frac{2 h_a^* m}{\pi m \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{4 h_a^*}{\pi \sin (2 \alpha)}. \quad (2.66)$$

Pentru $h_a^* = 1$ și $\alpha = 20^\circ$ se obține $\epsilon_{\alpha \max} = 1,98$.

În cazul angrenajelor cilindrice cu dinți drepi gradul de acoperire este cuprins între limitele:

$$1,25 \leq \epsilon_\alpha < 2 \quad (2.67)$$

2.8. Alunecarea flancurilor dinților

Se consideră mai întâi două suprafețe 1 și 2, aflate în contact (figura 2.22) după o linie, care se rostogolesc una peste cealaltă cu alunecare. Într-un timp Δt , punctul Y descrie pe suprafața 1 arcul de curbă ΔS_1 iar pe suprafața 2, arcul de curbă ΔS_2 . Datorită rostogolirii cu alunecare $\Delta S_1 \neq \Delta S_2$. Diferența de lungime dintre cele două arce de curbă reprezintă alunecarea și se notează cu $\Delta S_{12} = \Delta S_1 - \Delta S_2$.

Alunecarea suprafeței 1 în raport cu 2 se poate exprima prin coeficientul de alunecare specific astfel:

$$\zeta_{12y} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta S_1 - \Delta S_2}{\Delta S_1} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta S_{12}}{\Delta S_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta S_{12}}{\Delta t}}{\frac{\Delta S_1}{\Delta t}}. \quad (2.68)$$

Se poate observa că:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S_{12}}{\Delta t} = V_{12} \quad \text{și} \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S_1}{\Delta t} = V_{11},$$

unde $V_{12} = V_{11} - V_{12}$ este viteza relativă a suprafeței 1 în raport cu 2 în punctul Y (figura 2.22);
 V_{11} - viteza punctului de contact Y, pe suprafața 1 (figura 2.23), pe direcția vitezei relative;
 V_{12} - viteza punctului de contact Y, pe suprafața 2 (figura 2.23), pe direcția vitezei relative.

În final rezultă:

$$\zeta_{12y} = \frac{V_{11} - V_{12}}{V_{11}} = \frac{V_{12}}{V_{11}}. \quad (2.69)$$

Fig. 2.22. Suprafețe care se rostogolesc între ele cu alunecare, având contact liniar.

Asemănător se poate exprima coeficientul de alunecare specific al suprafeței 2 în raport cu 1, adică:

$$\zeta_{21y} = \frac{V_{12} - V_{11}}{V_{12}} = \frac{V_{11}}{V_{12}}. \quad (2.70)$$

Ținând seama de figura 2.23, rezultă:

$$V_{12} = V_{11} - V_{12} = V_n (\tan \alpha_{y1} - \tan \alpha_{y2}).$$

și coeficienții de alunecare devin:

$$\zeta_{12y} = \frac{\tan \alpha_{y1} - \tan \alpha_{y2}}{\tan \alpha_{y1}}, \quad (2.71)$$

și

$$\zeta_{21y} = \frac{\tan \alpha_{y2} - \tan \alpha_{y1}}{\tan \alpha_{y2}}. \quad (2.72)$$

Din figura 2.23 se poate obține:

$$YC = r_{b1} (\tan \alpha_w - \tan \alpha_{y1}) = r_{b2} (\tan \alpha_{y2} - \tan \alpha_w), \quad (2.73)$$

sau

$$\tan \alpha_{y1} = (u + 1) \tan \alpha_w - u \tan \alpha_{y2}, \quad (2.74)$$

unde

$$u = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \frac{z_2}{z_1}.$$

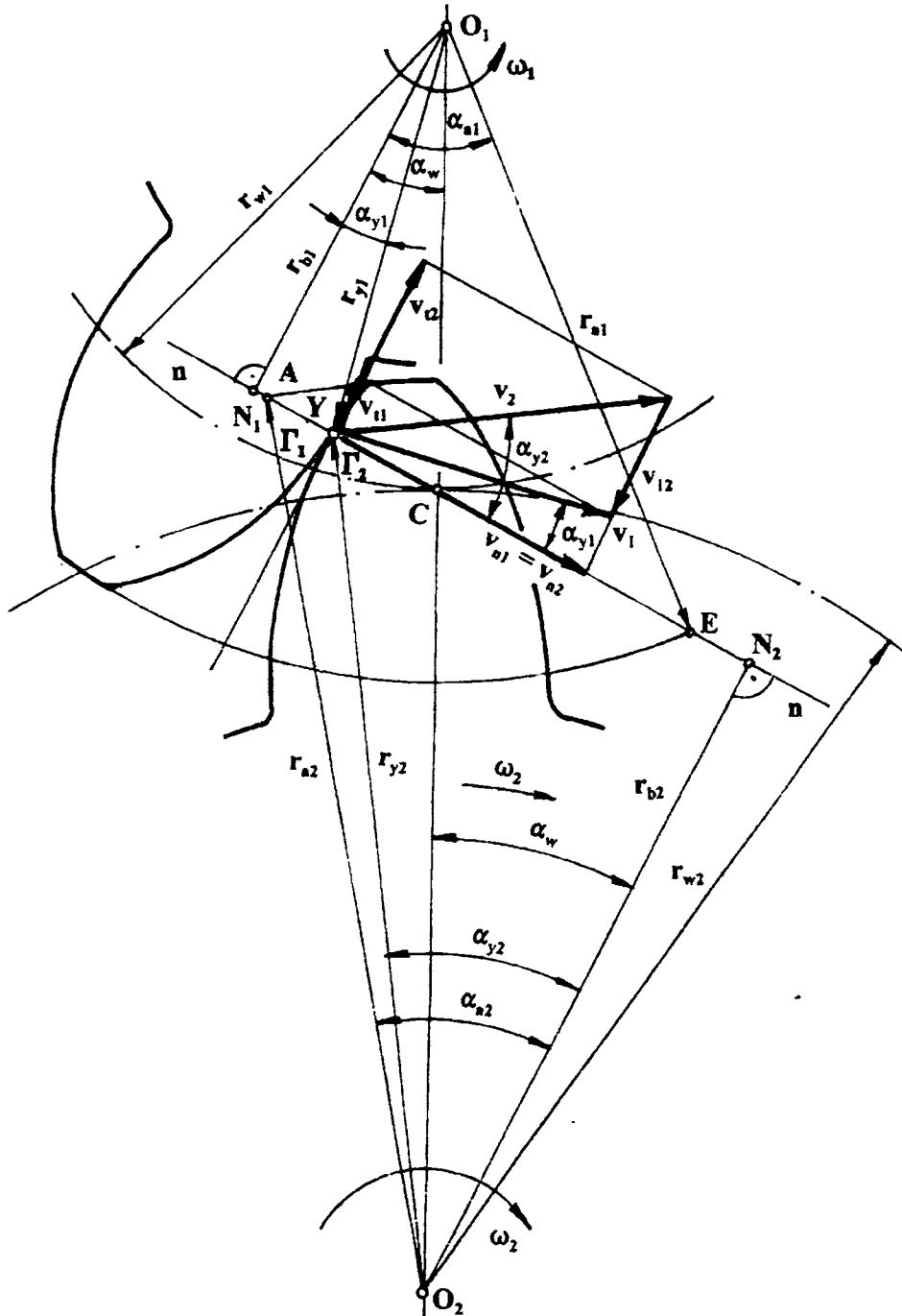


Fig. 2.23. Alunecarea flancurilor dinților.

Înlocuind (2.74) în relația (2.71) rezultă:

$$\zeta_{12y} = \frac{\tan \alpha_w - \tan \alpha_{y2}}{\tan \alpha_w - \frac{u}{u+1} \tan \alpha_{y2}}. \quad (2.75)$$

Asemănător se poate obține:

$$\zeta_{21y} = \frac{\tan \alpha_w - \tan \alpha_{y1}}{\tan \alpha_w - \frac{1}{u+1} \tan \alpha_{y1}}. \quad (2.76)$$

Ținând cont de relațiile (2.69), (2.70), (2.75) și (2.76), coeficienții de alunecare specifici variază

Alunecarea flancurilor dinților

în funcție de poziția punctului de contact Y pe segmentul N_1N_2 astfel:

Y în N_1	$V_{11} = 0$	$\zeta_{12} \rightarrow -\infty$
Y între N_1 și C	$\alpha_{y2} > \alpha_w$	$\zeta_{12} < 0$
Y în C	$\alpha_{y2} = \alpha_w$	$\zeta_{12} = 0$
Y între C și N_2	$\alpha_{y2} < \alpha_w$	$\zeta_{12} > 0$
Y în N_2	$\alpha_{y2} = 0$	$\zeta_{12} = 1$
Y în N_2	$V_{12} = 0$	$\zeta_{21} \rightarrow -\infty$
Y între N_2 și C	$\alpha_{y1} > \alpha_w$	$\zeta_{21} < 0$
Y în C	$\alpha_{y1} = \alpha_w$	$\zeta_{21} = 0$
Y între C și N_1	$\alpha_{y1} < \alpha_w$	$\zeta_{21} > 0$
Y în N_1	$\alpha_{y1} = 0$	$\zeta_{21} = 1$

În punctul A unde începe angrenarea flancurilor $\alpha_{y2} = \alpha_{a2}$, iar coeficientul de alunecare pe piciorul dintelui pinionului este:

$$\zeta_{12A} = \frac{\tan \alpha_w - \tan \alpha_{a2}}{\tan \alpha_w - \frac{u}{u+1} \tan \alpha_{a2}}. \quad (2.77)$$

În punctul E unde se termină angrenarea flancurilor $\alpha_{y1} = \alpha_{a1}$, iar coeficientul de alunecare pe piciorul dintelui roții este:

$$\zeta_{21E} = \frac{\tan \alpha_w - \tan \alpha_{a1}}{\tan \alpha_w - \frac{1}{u+1} \tan \alpha_{a1}}. \quad (2.78)$$

În punctul A unde începe angrenarea trebuie ca $\zeta_{12A} \approx \zeta_{21E}$, $\zeta_{12A} \approx \zeta_{21E} > -2,5$, adică practic între $-2,5$ și $0,5$.

Punând condiția ca alunecările să fie egalizate pe piciorul dintelui și notând

$$\psi_1 = \frac{\tan \alpha_{a1}}{\tan \alpha_w}, \quad \psi_2 = \frac{\tan \alpha_{a2}}{\tan \alpha_w},$$

se obține relația de legătură:

$$\psi_2 = \frac{u \psi_1}{1 + (u - 1) \psi_1}. \quad (2.79)$$

Deplasările de profil x_1 și x_2 care satisfac condiția alunecărilor egalizate pe piciorul dinților se pot calcula din relația (2.79) folosind programarea pe calculator.

2.9. Interferența la prelucrarea roților dințate cilindrice exterioare, cu cuțit - roată

La prelucrarea roților dințate cu cuțit-roată, prin procedeul rostogolire (figura 2.9 b), pot apărea și situații când capul dintelui sculei produce subțărirea piciorului roții (figura 2.24). În consecință, piciorul dintelui slăbește iar porțiunea de lucru a profilului evolventic se va micșora.

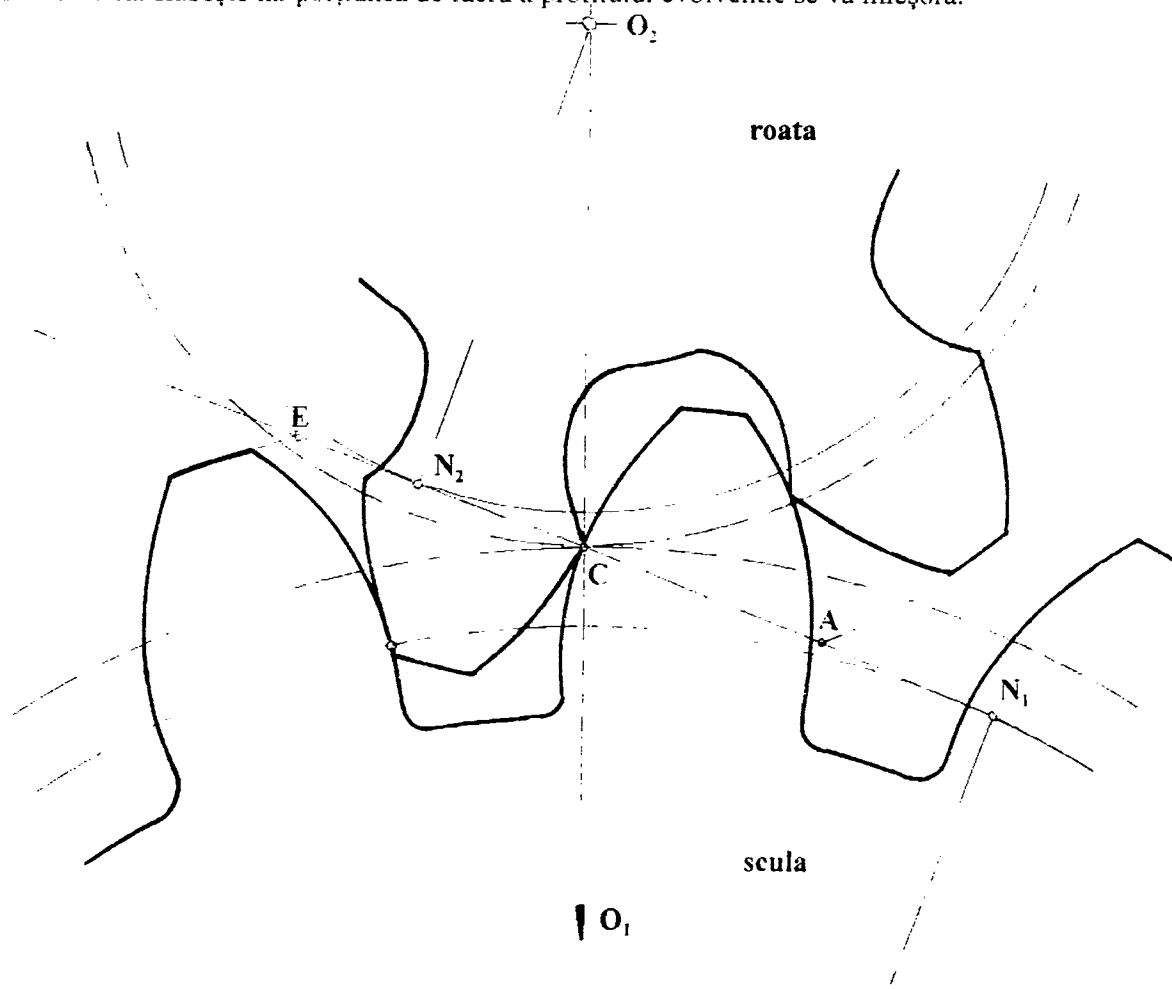


Fig. 2.24. Subțărirea danturii la prelucrare.

Fenomenul de subțiere a flancurilor dinților apare atunci când cercul de cap al sculei intersectează linia de angrenare în exteriorul punctelor N_1 și N_2 , (figura 2.24). Deoarece dimensiunile cuțitului roată sunt standardizate, se va determina numărul minim de dinți la roata de prelucrat (danturat), pentru ca să nu apară interferența (subțărirea) la piciorul dintelui.

Se consideră cazul limită, când cercul de cap a sculei trece prin punctul N_2 , adică situația când punctele E și N_2 se suprapun, (figura 2.25).

Din triunghiul $O_1N_2O_2$ rezultă:

$$r_{a1}^2 = a^2 + r_{b2}^2 - 2 a r_{b2} \cos \alpha . \quad (2.80)$$

Pentru angrenajele cilindrice exterioare, fără deplasare de profil, dimensiunile angrenajului sunt:

$$\left. \begin{aligned} r_{a1} &= 0,5 m (z_1 + 2 h_a^*) , \\ r_{b2} &= r_2 \cos \alpha = 0,5 m z_2 \cos \alpha , \\ a &= 0,5 m (z_1 + z_2) . \end{aligned} \right\} \quad (2.81)$$

Înlocuind relațiile (2.81) în relația (2.80) se poate obține:

$$z_2^2 \sin \alpha + 2 z_1 z_2 \sin^2 \alpha - 4 h_a^* z_1 - 4 h_a^{*2} = 0 ,$$

sau

$$z_1 = \frac{z_2^2 \sin^2 \alpha - 4 h_a^{*2}}{4 h_a^* - 2 z_2 \sin^2 \alpha} . \quad (2.82)$$

Pentru ca să nu apară subțărirea dintelui la roata 2, cercul de cap al roții (sculei) trebuie să intersecteze linia de angrenare pe porțiunea N_2C (figura 2.25) sau la limită în punctul N_2 , adică:

$$z_1 \leq \frac{z_2^2 \sin^2 \alpha - 4 h_a^{*2}}{4 h_a^* - 2 z_2 \sin^2 \alpha} . \quad (2.83)$$

În cazul când roata 1 (scula) devine un cuțit pieptene (cremalieră) adică $z_1 = \infty$, din relația (2.82) rezultă:

$$z_2 \geq \frac{2 h_a^*}{\sin^2 \alpha} . \quad (2.84)$$

Dacă $\alpha = 20^\circ$ și $h_a^* = 1$, din relația (2.84) se obține:

$$z_2 = z_{\min} = 17,2 \approx 17 .$$

Deci teoretic numărul minim de dinți care se poate executa cu cuțit pieptene fără să apară subțărirea este 17. Practic, uneori se admite o mică subțăiere și deci numărul minim de dinți este 14.

Pentru evitarea subțăierii în cazul când se execută roți cu numere de dinți mai mici de 17 sau 14 (figura 2.26), trebuie să se utilizeze deplasări de profil. În

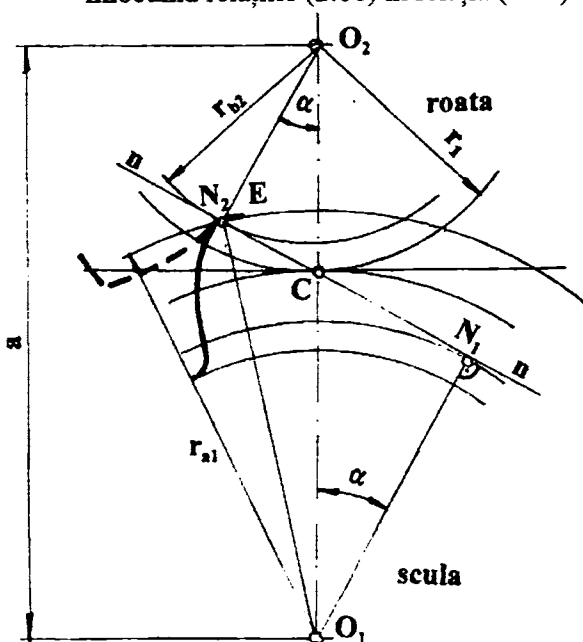


Fig. 2.25. Evitarea fenomenului de subțăiere a dinților în cazul prelucrării cu cuțit-roată.

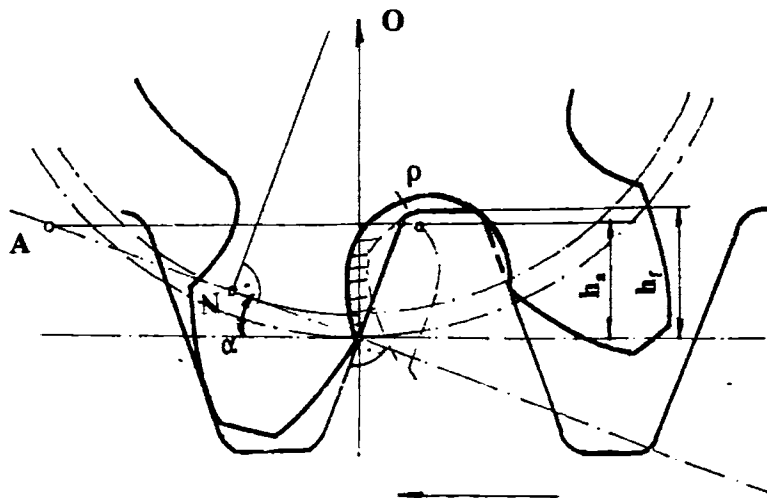


Fig. 2.26. Subțărirea roții cu cuțit - pieptene.

cazul generării danturii (prelucrării danturii) cu cuțit-pieptene, profilul de referință (scula) se deplasează cu mărimea $x m$ (figura 2.27). Din figura 2.27 se poate scrie:

$$\overline{NC} = \frac{m z}{2} \sin \alpha = \frac{h_a^* m - x m}{\sin \alpha} ,$$

sau

$$x = h_a^* \left(1 - \frac{z}{\frac{2 h_a^*}{\sin^2 \alpha}} \right) = h_a^* \left(\frac{17 - z}{17} \right) . \quad (2.85)$$

Practic este suficientă deplasarea specifică:

$$x = h_a^* \left(\frac{14 - z}{14} \right) . \quad (2.86)$$

Deplasarea specifică de profil obținută din relațiile (2.85) sau (2.86) nu poate avea valoarea

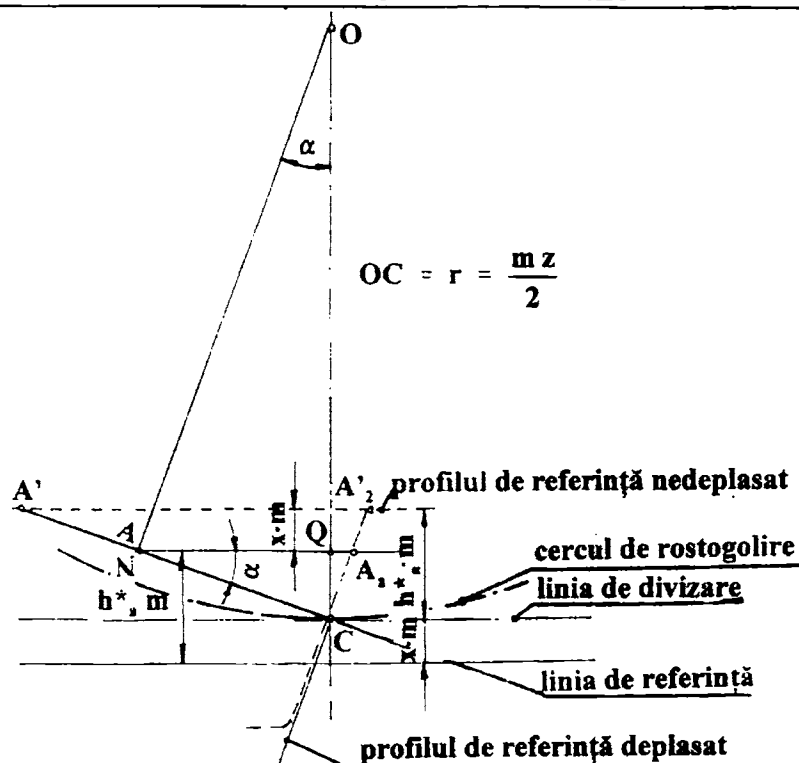


Fig. 2.27. Evitarea fenomenului de subțaiere în cazul prelucrării cu cuțit pieptene.

de mare, deoarece dintele se va termina într-un vârf ascuțit, putându-se rupe în procesul de flotare. Din figura 2.28 se poate scrie grosimea dintelui pe cercul de cap:

$$s_a = 2 r_a \left(\frac{s}{2r} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_a \right) . \quad (2.87)$$

Punând condiția $s_a \geq 0,2 m$, pentru ca dintele la vârf să nu slăbească și ținând seama de grosimea dintelui pe cercul de divizare:

$$s = \frac{\pi m}{2} + 2 x m \tan \alpha ,$$

În relația (2.87) se poate obține numărul de dinți care se poate executa cu deplasarea de profil x :

$$z_a = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2 x \tan \alpha \right)}{\frac{0,2 m}{2} r_a - \operatorname{inv} \alpha + \operatorname{inv} \alpha_a} . \quad (2.88)$$

Dacă se admite:

$$r_a = r + h_a^* m + x m ,$$

atunci:

$$\cos \alpha_a = \frac{r_b}{r_a} = \frac{r' \cos \alpha}{r_a} = \frac{z \cos \alpha}{z + 2 h_a^* + 2 x} . \quad (2.89)$$

Relația de dependență între deplasarea specifică de profil și numărul de dinți este arătată pe figura 2.29.

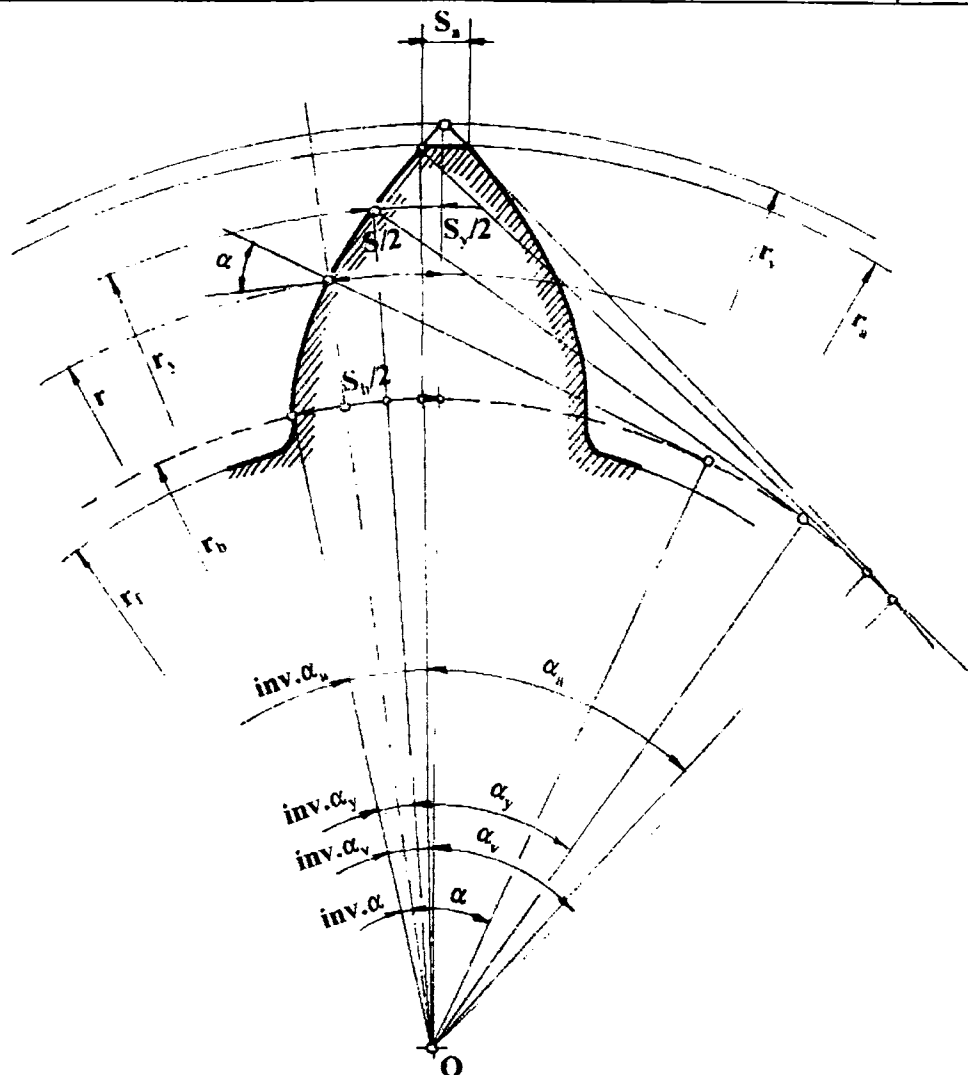


Fig. 2.28. Ascutirea dintelui la valori mari ale deplasării specifice de profil.

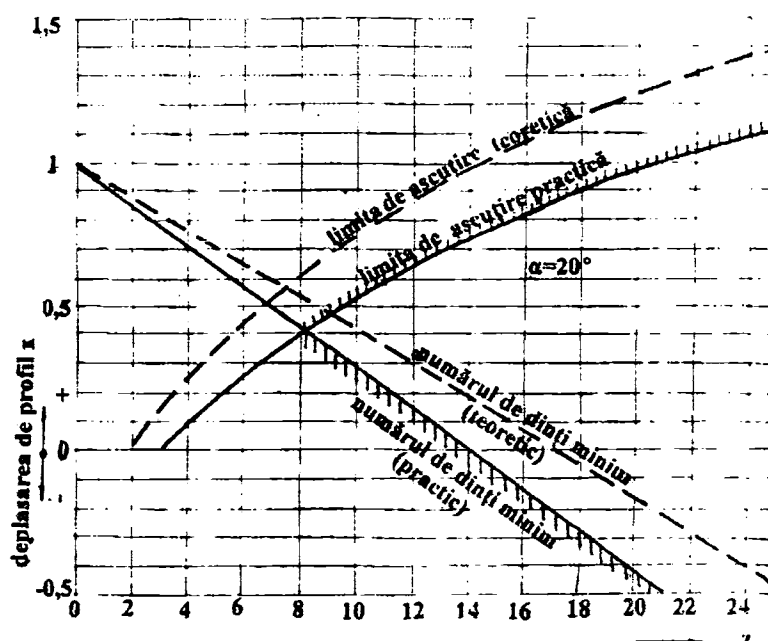


Fig. 2.29. Diagrama dependenței dintre numărul de dinți și deplasarea specifică de profil.

2.10. Transmiterea sarcinilor prin angrenaje

Sarcina între flancurile dinților aflați în contact (angrenare) se transmite pe direcția normalei comune în punctul de contact, (figura 2.30). Ținând seama că flancurile dinților se rostogolesc cu alunecare apar și forțe de frecare orientate pe direcția tangentei comune în punctul de contact. Aceste forțe normale F_{n1} , F_{n2} și forțele de frecare F_{t1} , F_{t2} produc în dintele roții solicitări sau tensiuni.

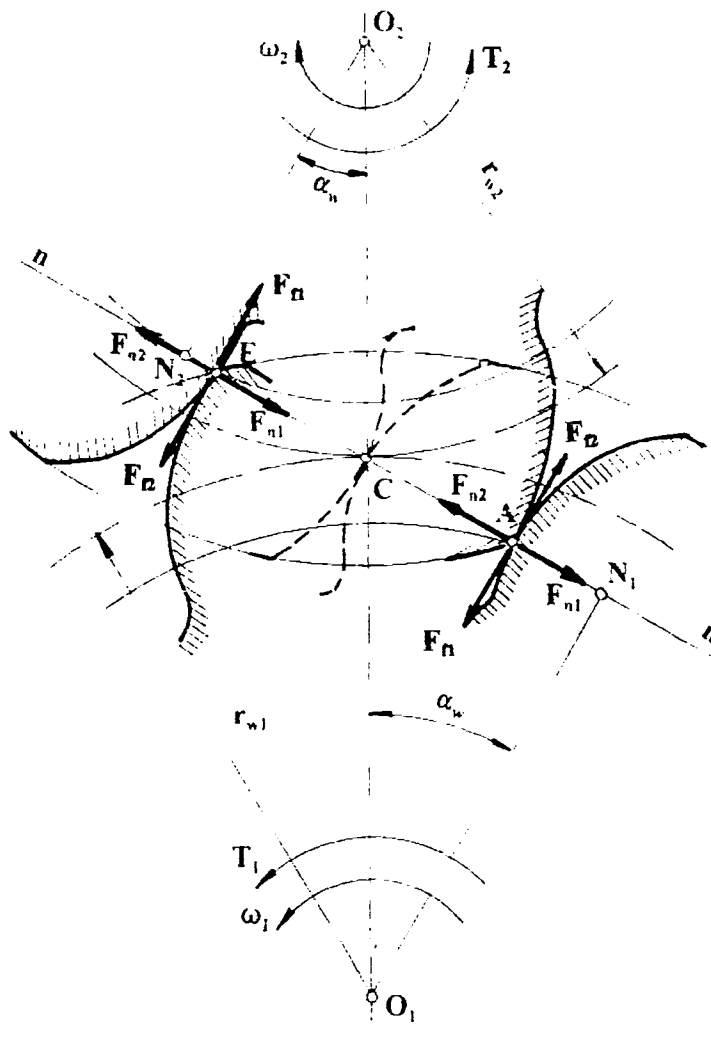


Fig. 2.30. Forțele care solicită dinții în timpul funcționării.

Aceste sarcini (forțe) solicită dinții la încovoiere, iar stratul superficial al flancului la presiune de contact.

În urma celor două solicitări principale dinții se distrug în funcționare. Aceste distrugeri apar sub diferite forme, în funcție de materialul dinților.

2.11. Principalele forme de distrugere a dinților în procesul transmiterii sarcinii

Sub acțiunea forței normale $F_{a1} = F_{a2}$ (figura 2.30) la sfârșitul angrenării (punctul E), în secțiunea situată la piciorul dintelui roții motoare 1, apar solicitările de încovoiere, compresiune și forfecare.

O solicitare hotărâtoare este cea de încovoiere, așa cum se arată în DIN 3990. Din figura 2.30 se poate observa că punctul de contact pe flancul dintelui roții motoare se deplasează de la piciorul dintelui spre capul dintelui și astfel solicitarea de încovoiere variază pe parcursul angrenării. Apare deci în dinte o solicitare variabilă, cauzată de momentul încovoiator, care produce oboseala materialului. Solicitarea la oboseală este accentuată și de faptul că dintele participă la angrenare pe segmentul AE, după care se eliberează de sub sarcină, revenind în angrenare după un timp bine determinat. Astfel solicitarea la oboseală se repetă în mod ciclic. Datorită acestei solicitări variabile după un timp dintele se poate rupe. Pentru ca ruperea să se producă după un anumit timp de funcționare, dinții trebuie să fie dimensionați la solicitarea de încovoiere.

Ruperea dintelui se poate produce și din cauza unui tratament termic necorespunzător, în special în cazurile când roțile sunt executate din materiale casante și apar șocuri în funcționare.

Deoarece flancurile dinților se rostogolesc unul peste celălalt cu alunecare, apar forțe de frecare (figura 2.30), care împreună cu forțele normale produc în flancuri solicitări superficiale numite presiuni de contact. În urma solicitării la presiune de contact flancurile dinților se pot distruge prin pitting (gropițe), uzură abrazivă, uzură și gripare, coroziune, etc.

Distrugerea prin pitting se manifestă prin apariția unor gropițe pe flancul dintelui. Acest mod de distrugere este caracteristic pentru angrenajele executate din oțeluri cu duritate mică sau mijlocie ($HB \leq 3500\text{MPa}$), care funcționează în carcase închise în baia de ulei. Formarea gropițelor pe flancurile dinților este cauzată de mai mulți factori, dintre care se apreciază că forțele de frecare joacă un rol important.

Ținând seama de figura 2.30, se observă că stratul superficial al flancului dintelui roții motoare este solicitat la întindere, iar flancurile dintelui roții conduse la compresiune, datorită forțelor de frecare. În urma solicitării repetate la întindere suprafața flancului se fisurează, (figura 2.31, a) și uleiul pătrunde sub presiune în aceste fisuri, conducând treptat la desprinderea unor mici particule (figura 2.31, b).

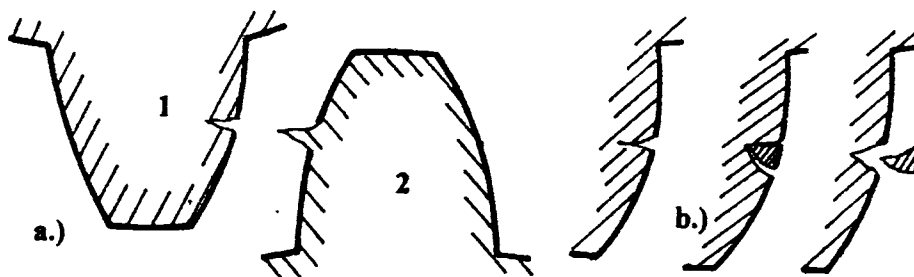


Fig.2.31. Formarea gropițelor pe flancul dintelui roții motoare.

Fenomenul de pitting (gropițe) apare în general în jurul polului de angrenare (în jurul punctului C). La angrenajele unde pătrund corpuri străine între flancuri, care favorizează uzura, gropițele sunt răzuite și deci la aceste angrenaje ele nu vor apare pe flancul dintelui.

Pentru a preveni formarea gropițelor pe flancurile dinților sunt necesare următoarele măsuri:

- dimensionarea angrenajului la presiune de contact, ținând seama de felul materialului;
- executarea angrenajului cu deplasări de profil;
- mărirea rezistenței mecanice a suprafețelor de lucru prin tratamente termice corespunzătoare;
- executarea angrenajului în clase de precizie ridicată.

Între flancurile dinților, care funcționează la sarcini mari și viteze ridicate, datorită presiunilor

și temperaturilor înalte, în punctul de contact filmul de lubrifianț suferă transformări nefavorabile din punct de vedere al ungerii, putându-se ajunge la topirea microneregularităților și la formarea instantanee a unor punți de sudură, care fiind apoi rupte conduc la crearea unor rizuri accentuate pe suprafață. Acest fenomen poartă denumirea de **gripare**. Cea mai eficace măsură de a preveni griparea este utilizarea de lubrifianți antigripați.

La angrenajele care funcționează la turații reduse și sarcini mari apar deformări plastice pe suprafața dintelui și în consecință deplasări de material în direcția de alunecare. Pentru diminuarea acestora, care conduc în final la distrugerea angrenajului, se recomandă durificarea suprafețelor de lucru.

Dacă tratamentul termic sau termo-chimic al flancurilor dinților nu este corespunzător, în stratul superficial nitrurat sau cementat vor apărea fisuri, care de asemenea pot conduce la distrugerea dinților.

Mărirea rezistenței angrenajului și ameliorarea condițiilor de funcționare constituie o preocupare permanentă a specialiștilor în angrenaje. Astfel, pot fi evidențiate preocupările privind:

- eliminarea influenței erorilor tehnologice, prin executarea dinților bombați (figura 2.32, a);
- îmbunătățirea condițiilor de angrenare, executând dinți flancați (figura 2.32, b);
- executarea dinților cu elasticitate mărită pentru eliminarea șocurilor în angrenare și a zgomotului în funcționare (figura 2.32, c).

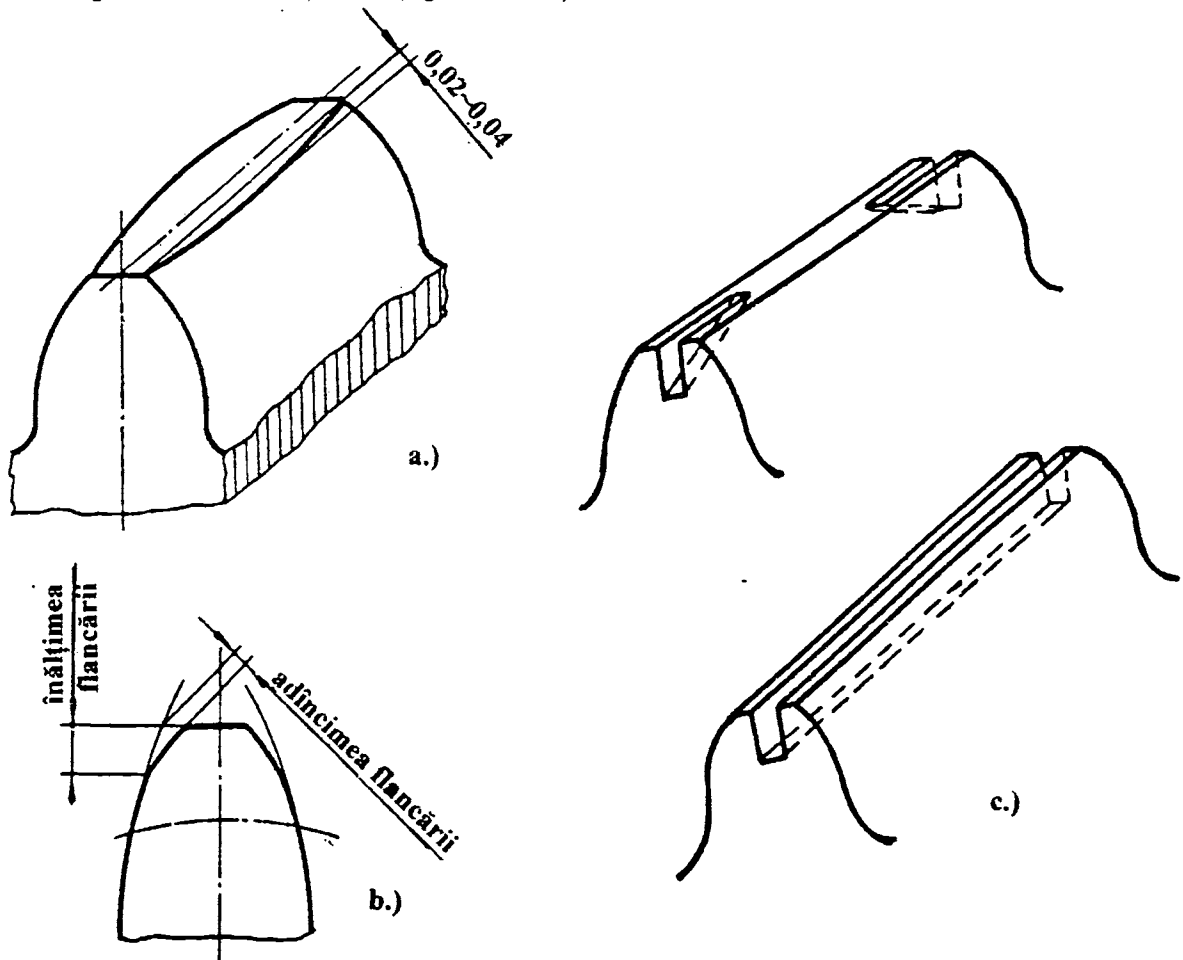


Fig. 2.32. Metode pentru mărirea rezistenței dintelui și ameliorarea condițiilor de funcționare.

2.12. Alegerea deplasărilor specifice de profil

Deplasările specifice de profil se aleg în următoarele scopuri:

- micșorarea gabaritului transmisiei prin utilizarea roților dințate cu numere de dinți $z < z_{\min} = 17$, evitând subțierea (vezi paragraful 2.9);
- proiectarea transmisiei cu angrenaje pentru o distanță axială dată, păstrând raportul de transmitere inițial (proiectarea transmisiilor cu angrenaje pentru distanțe axiale standardizate sau impuse);
- îmbunătățirea indicilor de exploatare a angrenajului (mărirea gradului de acoperire, egalizarea alunecărilor la piciorul dintelui, mărirea rezistenței dintelui la încovoiere sau presiune de contact, evitarea gripării, etc.).

Ținând seama de cerințele arătate mai sus, deplasările specifice de profil se pot obține pe baza diagramelor prezentate în DIN 3992 (figura 2.33, a, b și c). Domeniul util al diagramei (figura 2.33, a) se împarte de la P_1 până la P_9 . În direcția P_1 spre P_9 , capacitatea portantă a angrenajului crește, dar scade gradul de acoperire. Zona recomandată este cuprinsă între P_3 și P_6 unde se consideră alunecările egalizate. În funcție de suma numerelor de dinți $z_1 + z_2$ sau $z_{n1} + z_{n2}$ se determină suma deplasărilor specifice $x_1 + x_2$. Repartizarea (împărțirea) deplasărilor specifice de profil pe cele două roți dințate pentru suma lor $x_1 + x_2$ determinată se poate realiza după diagrama din figura 2.33, b, dacă angrenajul este de reducere și figura 2.33, c, pentru angrenajul multiplicator.

Așa cum se poate observa din figura 2.33, b, se determină mai întâi punctul A de coordonate $0,5 (z_1 + z_2)$ și $0,5 (x_1 + x_2)$ prin care se interpolează apoi o dreaptă (în cazul când punctul cade între două drepte marcate cu $L_1, L_2, \dots, L_{17}$ sau $S_1, S_2, \dots, S_{12}$). Se determină apoi, în funcție de numerele de dinți z_1 și z_2 sau z_{n1} și z_{n2} , punctele A_1 și A_2 și pe ordonată deplasările specifice de profil x_1 și x_2 .

Deplasările specifice de profil se mai pot determina și după relația dată de MAAG, unde:

$$x_1 = \frac{x_1 + x_2}{2} + \left(0,5 - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) \frac{\lg u}{\lg \left(\frac{z_1 z_2}{100} \right)}, \quad (2.89)$$

sau

$$x_1 = \frac{\lg z_2 - \lg z_1 + 2x_2(\lg z_1 - 1)}{2(\lg z_2 - 1)}, \quad (2.90)$$

unde $u = z_2 / z_1$, z_1 și z_2 sunt numerele de dinți, iar pentru roțile cilindrice cu dinți înclinați se vor înlocui în relațiile de mai sus numerele de dinți ai roților echivalente, adică z_{n1} și z_{n2} .

Aceste relații au în vedere egalizarea uzurilor pe flancurile dinților la cele două roți.

Exemplul de calcul 2.1

Să se calculeze dimensiunile geometrice ale unui angrenaj cilindric cu dinți drepecți, având numerele de dinți $z_1 = 21$ și $z_2 = 57$, iar modulul angrenajului $m = 2 \text{ mm}$.

Rezolvarea

Diametrele de divizare:

$$\begin{aligned} d_1 &= mz_1 = 2 \cdot 21 = 42 \text{ mm} , \\ d_2 &= mz_2 = 2 \cdot 57 = 114 \text{ mm} . \end{aligned}$$

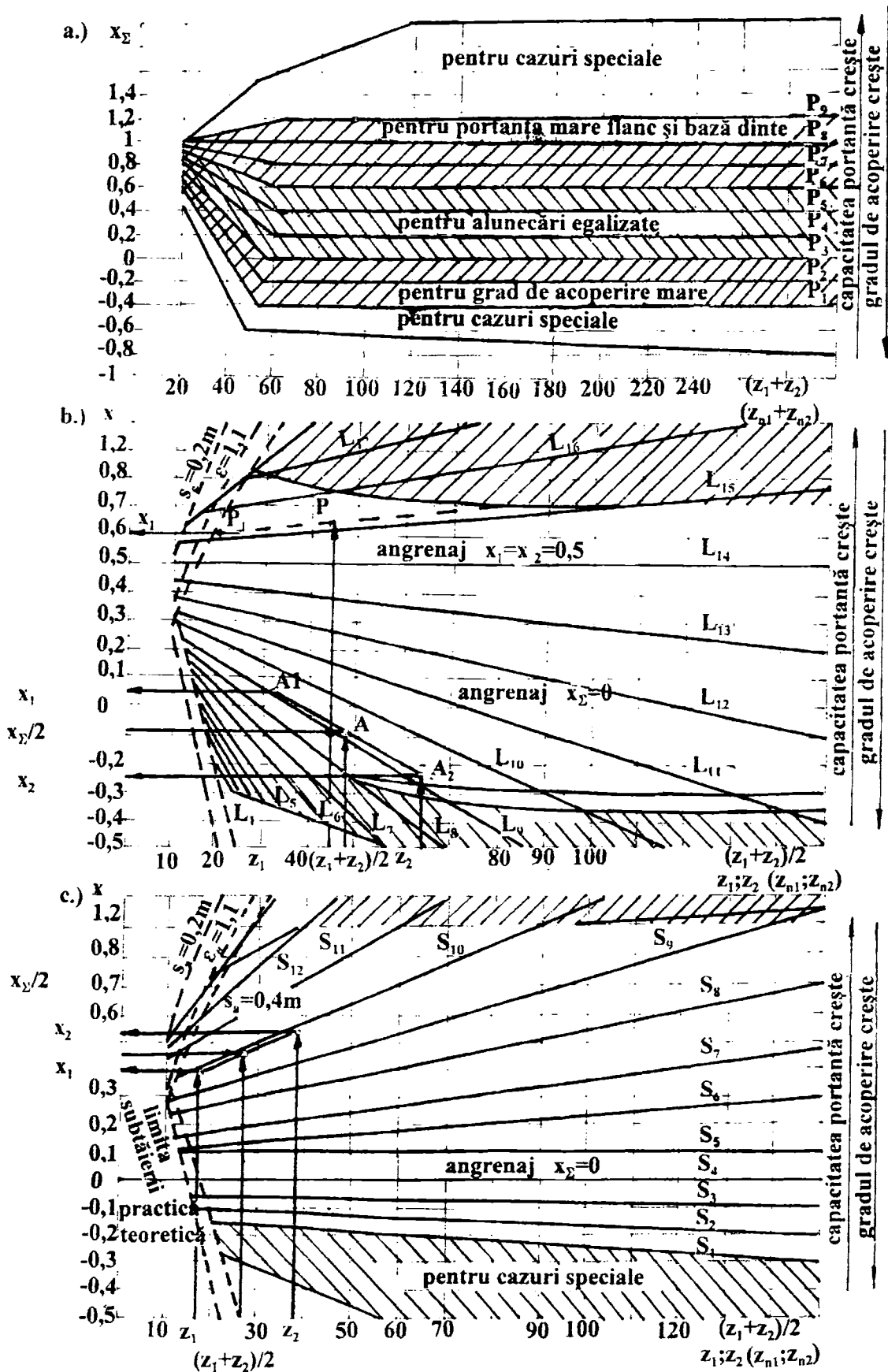


Fig. 2.33. Alegerea deplasărilor specifice de profil după DIN 3992.

Exemplu de calcul 2.1

Distanța axială elementară:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{2(21 + 57)}{2} = 78 \text{ mm}.$$

Se alege distanța axială standardizată $a_w = a_{STAS} = 80 \text{ mm}$.

Unghiul de angrenare:

$$\cos \alpha_w = \frac{a}{a_w} \cos \alpha = \frac{78}{80} \cos 20^\circ = 0,9162033 \Rightarrow \alpha_w = 23,623235^\circ.$$

Suma deplasărilor specifice de profil:

$$x_1 + x_2 = \frac{(z_1 + z_2)(\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha)}{2 \tan \alpha} = \frac{(21 + 57)(\text{inv } 23,623235^\circ - \text{inv } 20^\circ)}{2 \tan 20^\circ} = 1,0891608,$$

unde

$$\text{inv } 23,623235^\circ = \tan 23,623235^\circ - \frac{23,623235^\circ}{180^\circ} \pi = 0,0250689,$$

$$\text{inv } 20^\circ = \tan 20^\circ - \frac{20^\circ}{180^\circ} \pi = 0,0149043.$$

Deplasarea specifică de profil la roata 1, după metoda MAAG:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{x_1 + x_2}{2} + \left(0,5 - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) \frac{\lg u}{\lg \left(\frac{21 \cdot 57}{100} \right)} \\ &= \frac{1,0891608}{2} + \left(0,5 - \frac{1,0891608}{2} \right) \frac{\lg \frac{57}{21}}{\lg \left(\frac{21 \cdot 57}{100} \right)} = 0,5266482. \end{aligned}$$

Deplasarea specifică de profil la roata 2:

$$x_2 = (x_1 + x_2) - x_1 = 1,0891608 - 0,5266482 = 0,5625125.$$

Coeeficientul de modificare a distanței între axe:

$$y = \frac{a_w - a}{m} = \frac{80 - 78}{2} = 1.$$

Coeeficientul de scurtare a înălțimii dintelui:

$$k = x_1 + x_2 - y = 1,0891608 - 1 = 0,0891608.$$

Diametrele cercurilor de cap:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= m(z_1 + 2h_a^* + 2x_1 - 2k) = 2(21 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,5266482 - 2 \cdot 0,0891608) \\ &= 47,74995 \text{ mm}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{a2} &= m(z_2 + 2h_a^* + 2x_2 - 2k) = 2(57 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,5625125 - 2 \cdot 0,0891608) \\ &= 119,89341 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Diametrele cercurilor de picior:

$$d_n = m(z_1 - 2h_a^* + 2x_1 - 2c^*) = 2(21 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,5266482 - 2 \cdot 0,25) = 39,106593 \text{ mm},$$

$$d_{n2} = m(z_2 - 2h_a^* + 2x_2 - 2c^*) = 2(57 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,5625125 - 2 \cdot 0,25) = 111,25005 \text{ mm}.$$

Înălțimea dintelui:

$$h = m(2h_a^* + c^* - k) = 2(2 \cdot 1 + 0,25 - 0,0891608) = 4,3216784 \text{ mm}.$$

Diametrele cercurilor de rostogolire:

$$d_{w1} = d_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 42 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 23,623235^\circ} = 43,076923 \text{ mm},$$

$$d_{w2} = d_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 114 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 23,623235^\circ} = 116,92308 \text{ mm}.$$

Diametrele cercurilor de bază:

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = 42 \cos 20^\circ = 39,46709 \text{ mm} ,$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha = 114 \cos 20^\circ = 107,12496 \text{ mm} .$$

Verificări:

$$h = \frac{d_{a1} - d_{f1}}{2} = \frac{47,74995 - 39,106593}{2} = 4,3216785 \text{ mm} ,$$

$$h = \frac{d_{a2} - d_{f2}}{2} = \frac{119,89341 - 111,25005}{2} = 4,321668 \text{ mm} ,$$

$$a_w = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = \frac{43,076923 + 116,92308}{2} = 80,000002 \text{ mm} .$$

Gradul de acoperire al angrenajului:

$$\begin{aligned} \epsilon_\alpha &= \frac{z_1}{2\pi} \left[(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha_w) + u (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha_w) \right] \\ &= \frac{21}{2\pi} \left[(0,6810135 - 0,4373722) + \frac{54}{21} (0,5025843 - 0,4373722) \right] \\ &= 1,405904 , \end{aligned}$$

unde

$$\cos \alpha_{a1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \frac{39,46709}{47,74995} = 0,8265367 \Rightarrow \alpha_{a1} = 34,255392^\circ ,$$

$$\tan \alpha_{a1} = \tan 34,255392^\circ = 0,6810135 ,$$

$$\cos \alpha_{a2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \frac{107,12496}{119,89341} = 0,8935016 \Rightarrow \alpha_{a2} = 26,683384^\circ ,$$

$$\tan \alpha_{a2} = \tan 26,683384^\circ = 0,5025843 .$$

2.13. Materiale utilizate în construcția angrenajelor

Pentru executarea roților dințate, ținând seama de destinația și condițiile lor de funcționare, se pot utiliza diferite materiale: oțeluri laminate, forjate sau turnate, fonte, bronzuri, alame, aliaje de aluminiu, materiale plastice (textolit, poliamidă, poliacetal, etc.), materiale sinterizate, etc. Alegerea materialului optim pentru angrenaje este o problemă complexă, depinzând de felul sarcinii de transmis, de gabaritul impus, de tehnologia adoptată și altele.

În etapa actuală, materialul de bază a roților dințate, care asigură o capacitate portantă mare, este oțelul. Oțelurile se împart în: oțeluri de îmbunătățire și oțeluri de cementare și călire.

Roțile dințate executate din oțeluri de îmbunătățire, au duritatea flancului dintelui $HB \leq 3500 \text{ N/mm}^2$. Prelucrarea danturii se face după tratamentul termic de îmbunătățire. Aceste angrenaje prezintă avantajul că se rodează bine în funcționare și astfel sarcina pe dinți se distribuie mai uniform.

Se recomandă pentru a fi utilizate următoarele oțeluri:

- OLC 35, OLC 45, OLC 55, OLC 60, pentru încărcări și viteze mici;
- 40 Cr 10, 33 MoCr 11, 41 MoCr 11, 35 MnSi 12, pentru încărcări și viteze medii;
- 50VCr 11, 34 MoCrNi 15, 30 MoCrNi 20, pentru încărcări foarte mari cu șocuri (ultimele două mărci în general pentru dimensiuni mari).

În cazul angrenajelor executate din materiale de îmbunătățire se recomandă ca duritatea flancurilor dinților la pinion să fie mai mare ca la roată, adică $HB_{\text{pinion}} \geq HB_{\text{roată}} + 150 \text{ N/mm}^2$.

Pentru mărirea capacității portante flancurile dinților se durifică superficial. La aceste roți dințate se aplică inițial tratamentul termic de îmbunătățire, care asigură întregii secțiuni a dintelui o duritate de $HB \approx 2500 \dots 3500 \text{ N/mm}^2$, apoi se frezează dantura, după care se aplică un tratament superficial de durificare a flancului la $HRC \approx 55 \dots 65$. În acest caz se poate asigura ca miezul dintelui să rămână tenace. Durificarea flancului se poate face termic prin călire cu flacără sau prin inducție și termochimic prin cementare, nitrocementare, nitrurare, cianurare, etc. Datorită deformărilor care pot să apară după tratament de durificare dantura trebuie rectificată. Călire cu flacără sau prin inducție se poate aplica la roțile dințate executate din materiale de îmbunătățire.

Tratamentul termic de cementare cu călire se poate aplica la oțelurile carbon de calitate sau aliate care au în general conținutul de carbon $C \leq 0,2 \%$.

Astfel de oțeluri sunt:

- OLC 10, OLC 15, OLC 20, pentru roți dințate solicitate puțin, la viteze periferice moderate ($6 \dots 12 \text{ m/s}$);
- 15 Cr 08, 18 MnCr 10, 21 MoMnCr 12, 20 MnB 5, pentru solicitări medii și mari;
- 13 CrNi 30, 18 MoCrNi 13, 21 TiMnCr 12, pentru solicitări mari și foarte mari, roți dințate cu dimensiuni mari;

Oțelurile aliate, mai cu seamă cele cu aluminiu, se pot durifica prin nitrurare.

În cazul unor angrenaje deschise care funcționează la încărcări și viteze mici, fără șocuri, se pot utiliza și fontele ca de exemplu:

- fontele cenușii cu grafit lamelar Fc 200, Fc 400;
- fontele cu grafit nodular Fgn 600-2, Fgn 700-2;
- fontele maleabile perlitice Fmp 700-2;
- fontele aliate.

Pentru micșorarea frecării și pentru ridicarea randamentului în diferite aparate se utilizează și roți din bronz, angrenând cu pinion din oțel. În unele cazuri din bronz se execută numai coroana roții dințate sau a roții melcate.

Roțile dințate mici, solicitate la forțe mici și medii se pot executa din materiale sinterizate. Aceste roți, înainte de montare, pot fi impregnate cu ulei și nu necesită altă ungere. Asemenea roți pot fi utilizate în aparate, mașini textile sau casnice.

Actualmente se utilizează și roți dințate din materiale plastice ca de exemplu textolit, nailon, poliamidă, lignofol, etc. În domeniul mașinilor agricole sau a morăritului se utilizează și roți dințate din lemn. Avantajul acestora este că reduc zgomotul.

2.14. Calculul de rezistență al angrenajelor cilindrice cu dinți drepți

2.14.1. Calculul forțelor din angrenaj

Așa cum se poate observa din figura 2.34, forțele normale F_{n1} și F_{n2} , care acționează pe linia de angrenare (normala comună în punctul de contact dintre flancuri), se pot descompune în câte două componente, după direcția tangentei dintre cercurile de rostogolire și după direcție radială.

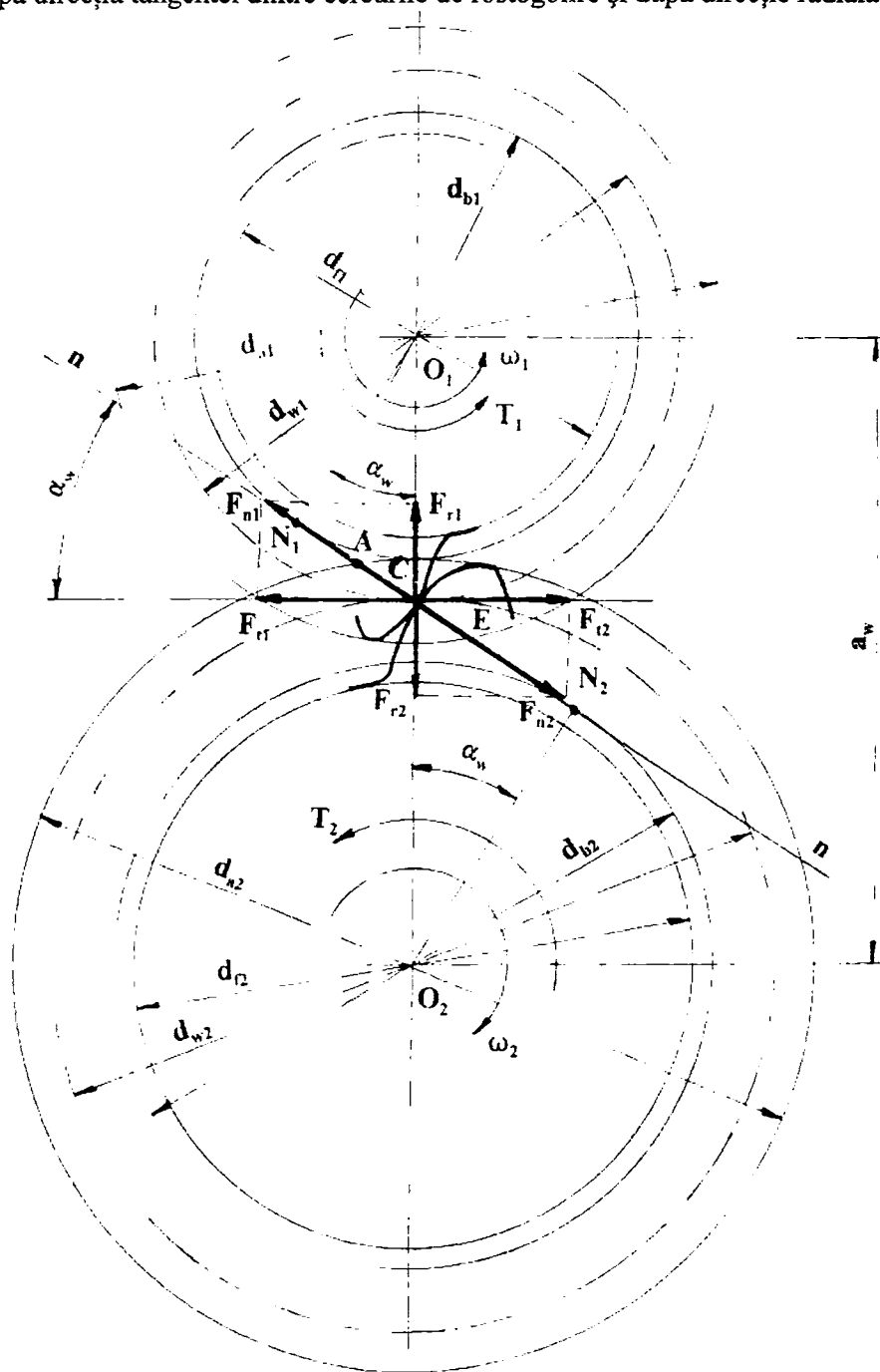


Figura 2.34. Forțele în angrenajul cilindric cu dinți drepți.

Momentele de torsiune care acționează pe roți sunt:

$$\begin{array}{cc} \text{Roata 1} & \text{Roata 2} \\ T_1 = 9\,550\,000 \frac{P_1}{n_1}, & T_2 = 9\,550\,000 \frac{P_2}{n_2}, \end{array} \quad (2.91)$$

unde T_1 și T_2 sunt momentele de torsiune pe cele două roți, în Nmm;

P_1 și P_2 - puterile pe cele două roți, în kW ($P_2 = \eta P_1$);

n_1 și n_2 sunt turațiile celor două roți, în rot/min ($n_1 = u_{12} n_2$).

Forțele tangențiale sunt:

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_{w1}}, \quad F_{t2} = \frac{2T_2}{d_{w2}}. \quad (2.92)$$

Forțele radiale sunt:

$$F_{r1} = F_{t1} \tan \alpha_w = \frac{2T_1}{d_{w1}} \tan \alpha_w, \quad F_{r2} = F_{t2} \tan \alpha_w = \frac{2T_2}{d_{w2}} \tan \alpha_w. \quad (2.93)$$

Forțele normale sunt:

$$F_{n1} = \frac{F_{t1}}{\cos \alpha_w} = \frac{2T_1}{d_{w1} \cos \alpha_w}, \quad F_{n2} = \frac{F_{t2}}{\cos \alpha_w} = \frac{2T_2}{d_{w2} \cos \alpha_w}. \quad (2.94)$$

Dacă

$$x_1 + x_2 = 0 \text{ atunci } \left\{ \begin{array}{l} x_1 = x_2 = 0 \\ \text{sau} \\ x_1 = -x_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha_w = \alpha, \quad d_{w1} = d_1, \quad d_{w2} = d_2.$$

Ținând seama că randamentul danturii are de regulă valorile $\eta_z \approx 0,98 \dots 0,995$, se poate considera $F_{t1} = F_{t2}$, $F_{r1} = F_{r2}$ și $F_{n1} = F_{n2}$.

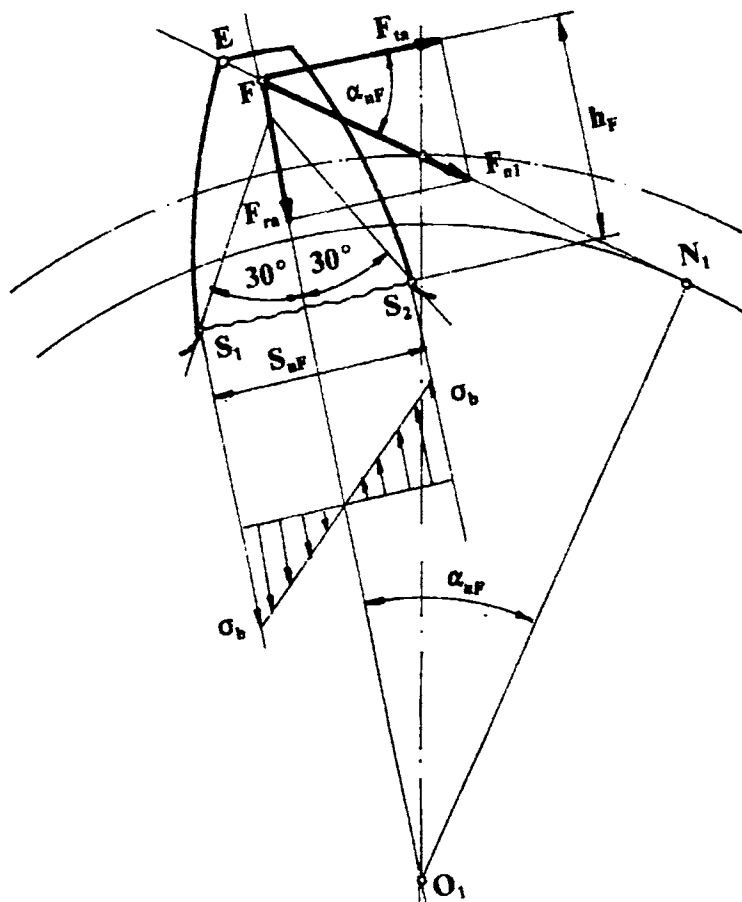


Figura 2.35. Solicitarea dintelui la încovoiere.

2.14.2. Determinarea modului pe baza solicitării de încovoiere

Din figura 2.30 rezultă că dintele roții motoare 1 este solicitat la încovoiere la maxim în momentul când punctul de contact dintre dinți ajunge în punctul E (sfârșitul angrenării), adică atunci când forța normală F_{n1} acționează pe vârful dintelui.

Pentru evidențierea solicitărilor din dinte forța normală F_{n1} se deplasează pe linia sa de acțiune în punctul F (figura 2.35). Descompunând forța F_{n1} în componentele F_{t1} și F_{r1} , în secțiunea periculoasă de la piciorul dintelui apar următoarele solicitări: încovoiere, compresiune și forfecare. După metoda de calcul prezentată în STAS 12268-84,

care are la bază sistemul internațional ISO și standardul german DIN 3990, se ia în considerare numai solicitarea de încovoiere.

Prin măsurători experimentale și prin calculul cu elemente finite s-a arătat că eroarea care se face este acceptabilă pentru calculul de rezistență. De asemenea s-a stabilit că secțiunea periculoasă este acolo unde dreptele duse sub un unghi de 30° față de axa dintelui sunt tangente la profilul de racord, adică în zona S_1S_2 .

Din figura 2.35, efortul unitar la solicitarea de încovoiere este:

$$\sigma_b = \frac{F_{t1} h_F}{S_{nF}^2 b} = \frac{F_{n1} \cos \alpha_{nF} h_F}{S_{nF}^2 b},$$

sau

$$\sigma_b = \frac{F_{t1}}{b m} \cdot \frac{6 \left(\frac{h_F}{m} \right) \cos \alpha_{nF}}{\left(\frac{S_{nF}}{m} \right)^2 \cos \alpha_w}.$$

Notând:

$$Y_{Fa} = \frac{6 \left(\frac{h_F}{m} \right) \cos \alpha_{nF}}{\left(\frac{S_{nF}}{m} \right)^2 \cos \alpha_w},$$

relația efortului unitar la solicitarea de încovoiere devine:

$$\sigma_b = \frac{F_{t1}}{b m} Y_{Fa}. \quad (2.95)$$

Efortul unitar σ_b , cauzat de solicitarea la încovoiere a dintelui, trebuie să fie corectat luând în considerare concentratorul de tensiuni de la piciorul dintelui și gradul de acoperire (distribuirea sarcinii pe mai mulți dinți). Astfel, efortul unitar de la piciorul dintelui devine:

$$\sigma_{F0} = \frac{F_{t1}}{b m} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon, \quad (2.96)$$

unde Y_{Fa} este factorul de formă a dintelui (figura 2.36) ($\alpha_n = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $h_{a0}^* = 1,25$, $\rho_{a0}^* = 0,38$)
 Y_{Sa} - factorul concentratorului de tensiune (figura 2.37) ($\alpha_n = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $h_{a0}^* = 1,25$, $\rho_{a0}^* = 0,38$)
 Y_ϵ - factorul gradului de acoperire, pentru solicitarea de încovoiere.

Factorul gradului de acoperire, pentru solicitarea de încovoiere, se poate determina cu relația:

$$Y_\epsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\epsilon_\alpha},$$

unde ϵ_α este gradul de acoperire frontal.

Ținând seamă de condițiile de funcționare și de erorile de execuție (clasa de precizie) ale angrenajului, care au influență asupra eforturilor unitare din dinte, relația (2.96) se transformă astfel:

$$\sigma_F = \sigma_{F0} K_A K_V K_{F\beta} K_{Fa} \leq \sigma_{FP}, \quad (2.97)$$

unde K_A este factorul regimului de funcționare (tabelul 2.1);
 K_V - factorul dinamic (figura 2.38, pentru dinți dreپți și 2.39, pentru dinți înclinați);
 $K_{F\beta}$ - factorul repartiiiei sarcinii pe lățimea dintelui, pentru solicitarea de încovoiere la piciorul dintelui (tabelul 2.2);
 K_{Fa} - factorul repartiiiei frontale a sarcinii pentru solicitarea de încovoiere la piciorul dintelui,
 $K_{Fa} = \frac{1}{Y_\epsilon} \geq 1,2$, (tabelul 2.3).

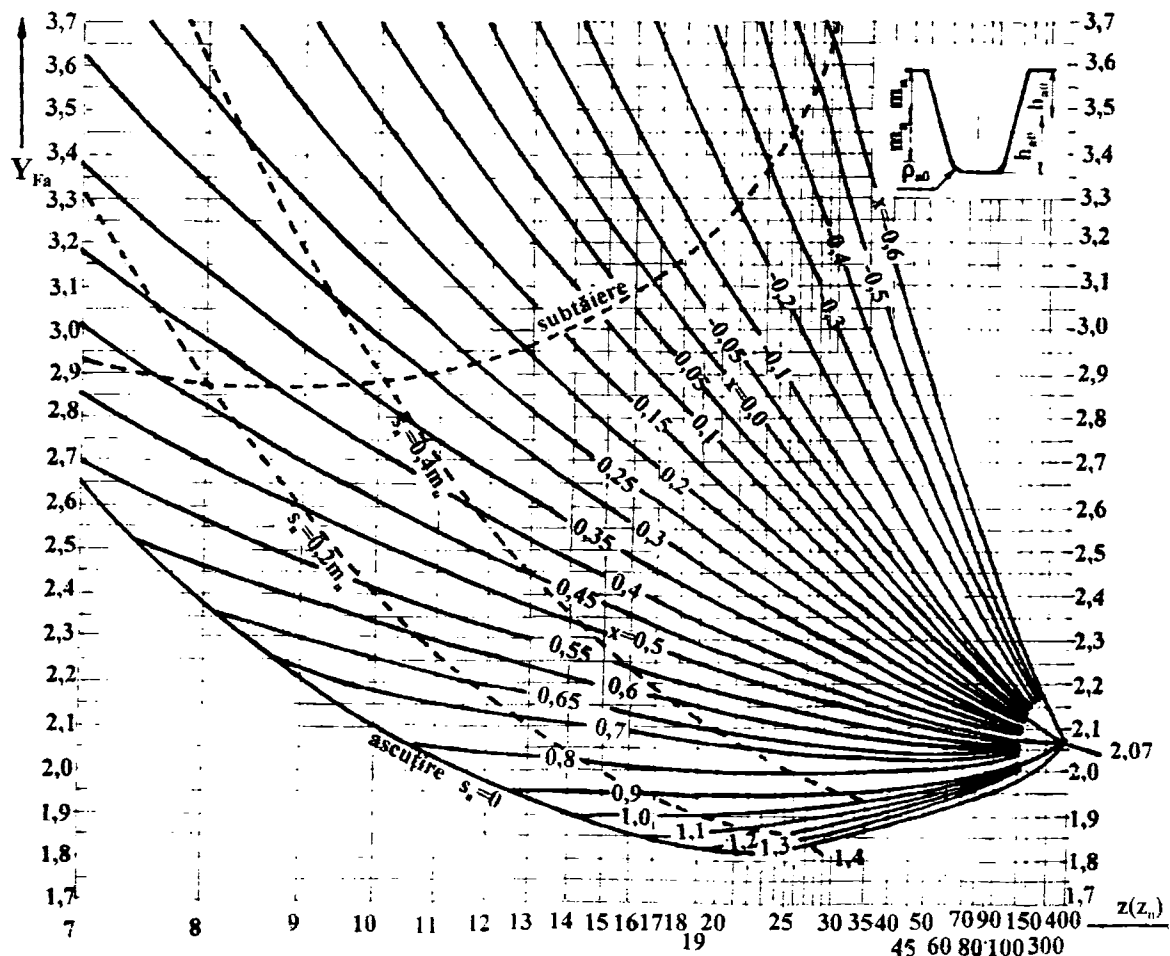


Figura 2.36. Factorul de formă al dintelui Y_{Fa} , după DIN 3990,
($\alpha_n = 20^\circ$, $h_a = 1 \cdot m$, $h_{a0} = 1,25 \cdot m$, $\rho_{a0} = 0,38 \cdot m$).

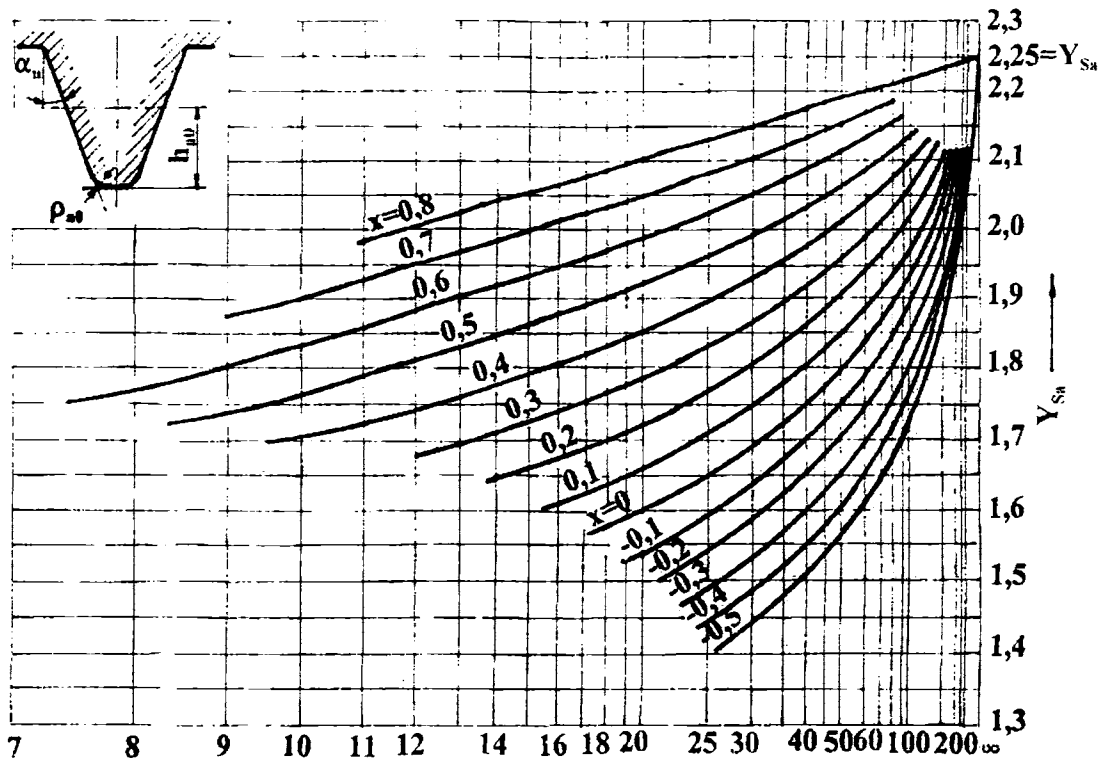
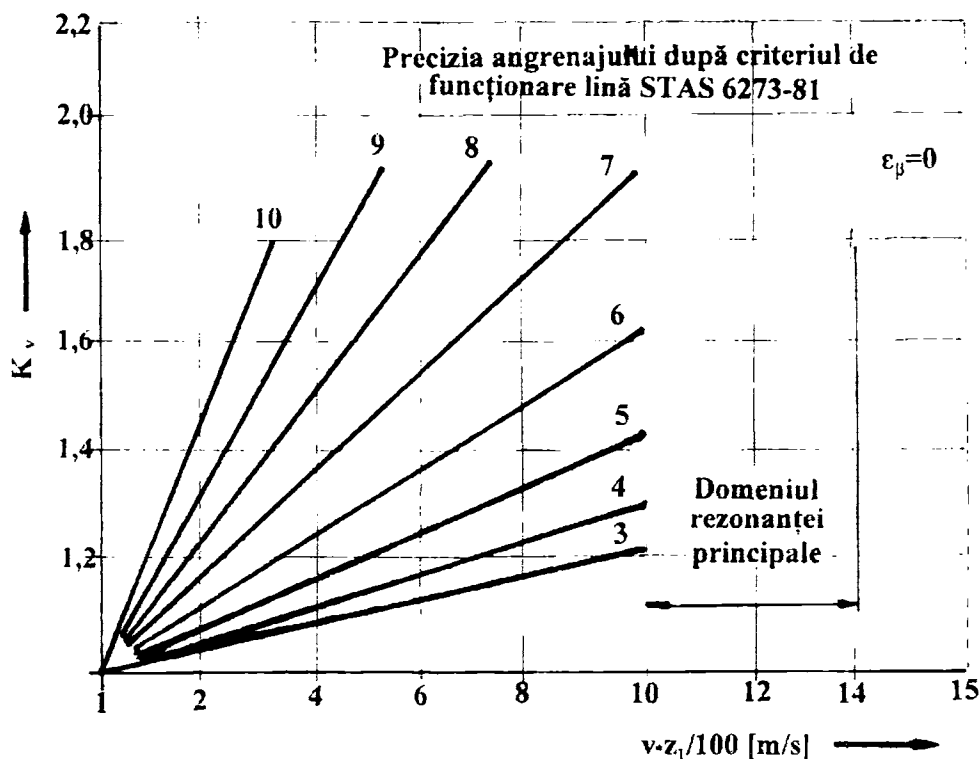
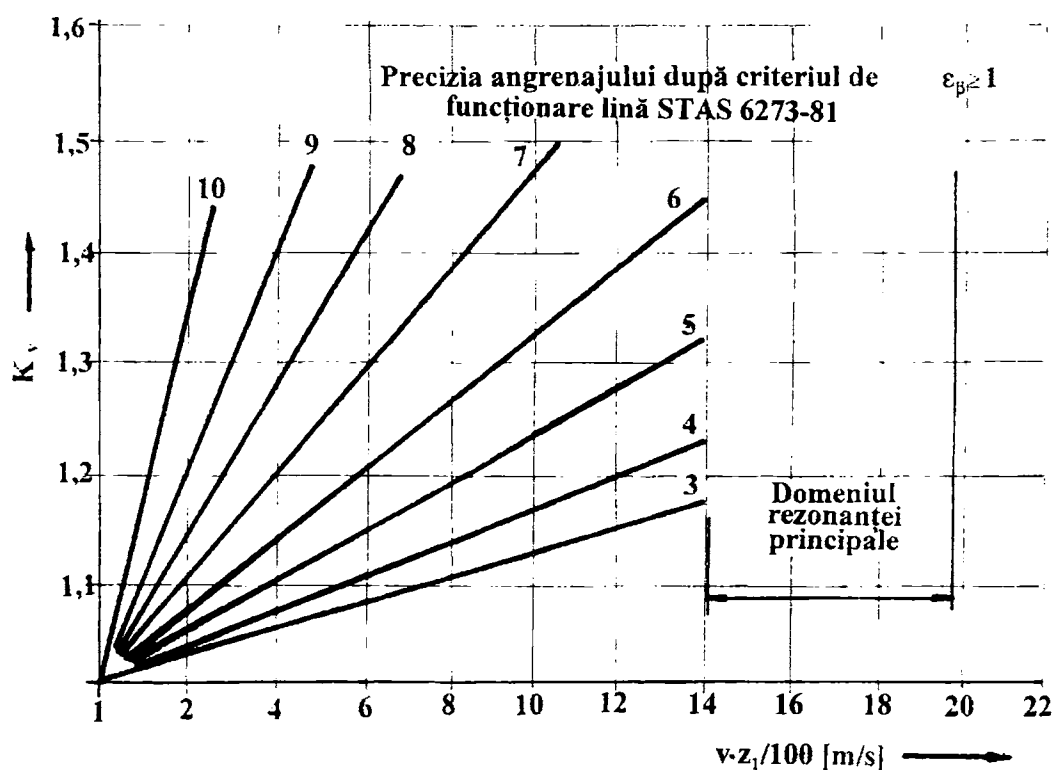


Figura 2.37. Factorul concentratorului de tensiune Y_{Sa} , după DIN 3990,
($\alpha_n = 20^\circ$, $h_a = 1 \cdot m$, $h_{a0} = 1,25 \cdot m$, $\rho_{a0} = 0,38 \cdot m$).


 Figura 2.38. Factorul dinamic K_v , pentru dinți drepte.

 Figura 2.39. Factorul dinamic K_v , pentru dinți înclinați.

Efortul unitar admisibil pentru solicitarea de încovoiere la piciorul dintelui este dat de relația:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT}}{S_{Fmin}} Y_{\delta rel T} Y_{R rel T} Y_x, \quad (2.98)$$

unde σ_{Flim} este efortul unitar limită la oboseală, la piciorul dintelui roții de probă (tabelul 2.4, figura 2.40 sau tabelul 2.5.);

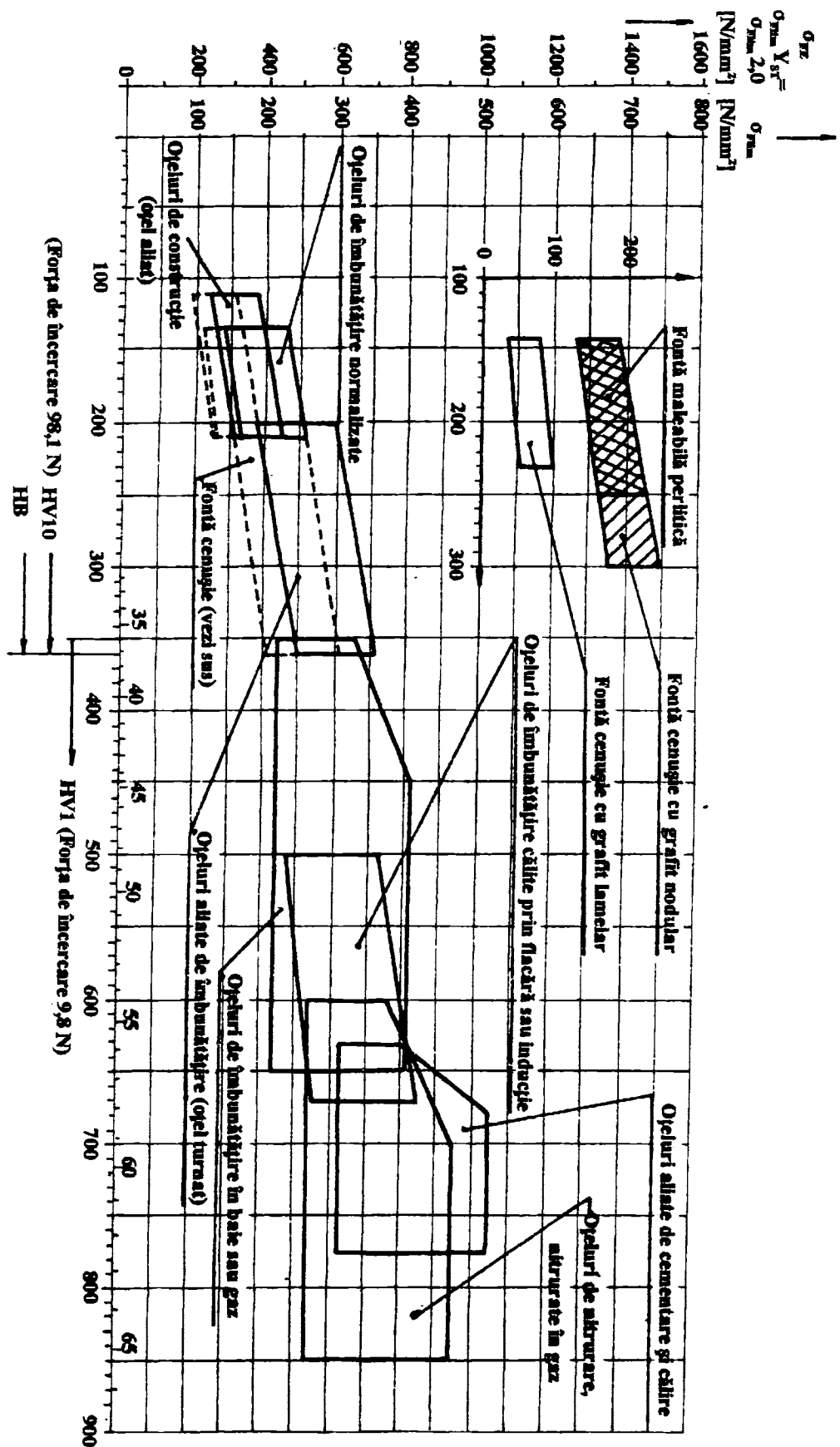


Fig. 2.40. Valorile eforturilor unitare limită la soliciarea de încovoiere σ_{bz} , în funcție de duritatea flancului, pentru diverse materiale utilizate în construcția angrenajelor.

ANGRENAJE CU AXE PARALELE

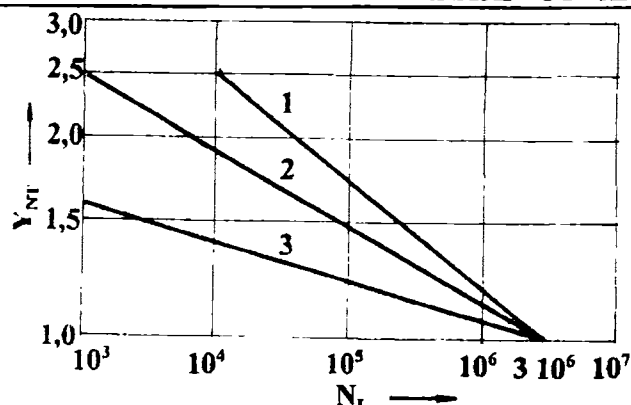


Fig. 2.41. Factorul durabilității la solicitarea de încovoiere pentru: 1 - oțel aliat de îmbunătățire, oțel aliat turnat; 2 - oțel aliat de cimentare; 3 - oțel aliat de nitrurare.

$Y_{ST} = 2$ - factorul de corectare a efortului unitar, ținând seamă de concentrarea tensiunilor pentru roțile încercate;
 $Y_{NT} = 1$ - factorul durabilității la solicitarea de încovoiere $N_L \geq 3 \cdot 10^6$ (angrenaje industriale). Pentru $N_L < 3 \cdot 10^6$, Y_{NT} se ia din figura 2.41 sau tabelul 2.6;
 $Y_{\sigma_{relT}} \approx 1$ - factorul de reazem la oboseală;
 $Y_{\sigma_{relT}} \approx 1$ - factorul rugozității pentru solicitarea la oboseală;
 $Y_r = 1$ - factorul de dimensiune pentru solicitarea la oboseală (tabelul 2.7);
 S_{Fmin} - factorul de siguranță la încovoiere. După DIN 3990 $S_{Fmin} = 1,7$, iar pentru roțile intermediare $S_{Fmin} = 2$.

Factorul regimului de funcționare K_A

Tabelul 2.1.

Mașina antrenată Felul sarcinii	Mașina motoare Felul sarcinii		
	Uniformă	Șocuri ușoare	Șocuri medii
	Motor electric, turbină cu aburi, sau gaze	Motor cu ardere internă, cu mai mulți cilindri	Motor cu ardere internă monocilindric
Uniformă Generatoare, ventilatoare, turbocompresoare, ascensoare ușoare, mecanisme de avans la mașini unelte, amestecătoare de materiale cu densitate uniformă.	1,00	1,25	1,75
Șocuri medii Transmisia principală a mașinilor unelte, ascensoare grele, mecanisme de rotație la macarale, pompe cu piston cu mai mulți cilindri, agitatoare și amestecătoare de materiale cu densitate neuniformă.	1,25	1,50	2,00 și mai mult
Șocuri puternice Foarfece, ștanțe, prese laminoare, mașini siderurgice, prese de brichetat, concasoare, instalații de foraj.	1,50	1,75	2,25 și mai mult

Obs: 1. Valorile din tabel sunt valabile pentru transmisii care nu lucrează în domeniul de rezonanță.
2. Pentru transmisii multiplicatoare valorile din tabel se înmulțesc cu 1,1.

Factorul repartiției sarcinii pe lățimea dintelui $K_{F\beta}$

Tabelul 2.2.

Clasa de precizie	5 - 6	7 - 8	9 - 10	11,12
Factorul repartiției la încovoiere $K_{F\beta}$	1,15	1,25	1,35	1,5
Factorul repartiției la presiune de contact $K_{H\beta}$	1,30	1,50	1,70	2,00

Obs: Clasele de precizie sunt după DIN 3992.

Factorii repartiției frontale a sarcinii K_{Fa} și K_{Ha}

Tabelul 2.3.

			Sarcina liniară $K_A \cdot F_t / b$							
			$\geq 100 \text{ N/mm}$						$< 100 \text{ N/mm}$	
Clasa de precizie angrenajului			6(5)	7	8	9	10	11	12	6(5) sau mai grosolan
Călit	Dinți drepți	K_{Fa}	1,0		1,1	1,2	$1/Y_e \geq 1,2$			
		K_{Ha}								
	Dinți înclinați	K_{Fa}	1,0	1,1	1,2	1,4	$\varepsilon_{\alpha n} = \varepsilon_{\alpha} / \cos^2 \beta_0 \geq 1,4$			
		K_{Ha}								
Necălit	Dinți drepți	K_{Fa}	1,0		1,1	1,2	$1/Y_c \geq 1,2$			
		K_{Ha}								
	Dinți înclinați	K_{Fa}	1,0	1,1	1,2	1,4	$\varepsilon_{\alpha n} = \varepsilon_{\alpha} / \cos^2 \beta_n \geq 1,4$			
		K_{Ha}								

Valorile eforturilor unitare σ_{Flim} și σ_{Hlim} pentru câteva materiale

Tabelul 2.4.

Material	Simbol	Starea	Duritatea flancului	$\sigma_{Flim} [\text{N/mm}^2]$	$\sigma_{Hlim} [\text{N/mm}^2]$
Fontă cenușie	Fc 200	-	180 HB	40	300
	Fc 250	-	220 HB	55	360
Fontă cu grafit nodular	Fgn 450 - 5	-	160 HB	165	320
	Fgn 600 - 2	-	220 HB	205	460
Oțel turnat	OT 50	-	160 HB	140	320
	OT 60	-	180 HB	160	380
Oțel de construcție	OL 50	-	160 HB	160	370
	OL 60	-	190 HB	175	430
	OL 70	-	210 HB	205	460
Oțel de îmbunătățire	OLC 45	îmbunătățit	190 HV10	200	590
	OLC 60	îmbunătățit	210 HV10	220	620
	40 Cr 10	îmbunătățit	260 HV10	260	900
	41 MoCr 11	îmbunătățit	260 HV10	270	950
Oțeluri aliate de îmbunătățire călite	50 VCr 11	îmbunătățit	280 HV10	290	1100
	40 Cr 10	călit	560 HV10	270	1100
	41 MoCr 11	(CF, CIF)	610 HV10	310	1280
Oțeluri de cementare și călire	50 VCr 11	(CF, CIF)	650 HV10	350	1360
	OLC 10	cemen- tat și călit	55 - 63 HRC	310	1320
	OLC 15			350	1390
	18 MnCr 10			390	1530
	13 CrNi 30			500	1600

Valorile eforturilor unitare σ_{Flim} pentru câteva materiale, după MAAG

Tabelul 2.5.

Grupa de materiale	Valori pentru σ_{Flim} în $[\text{N/mm}^2]$
Oțel aliat de cementare	$407 + 31 (\text{HRC}-55)$, pentru $\text{HRC} > 58$ $\sigma_{Flim} = 500$
Oțel aliat de nitrurare	$400 + 14 (\text{HRC}-55)$, pentru $\text{HRC} > 60$ $\sigma_{Flim} = 470$
Oțel aliat de îmbunătățire	$275 + 0,135 (\text{HB} - 200)$
Oțel aliat turnat	$240 + 0,3 (\text{HB} - 200)$

Factorul duratei de funcționare Y_{NT}

Tabelul 2.6.

Grupa de materiale	Numărul de cicluri de solicitare N_L	Y_{NT}
Oțel aliat de îmbunătățire, Oțel aliat turnat	$N_L < 10^4$	2,5
	$10^4 \leq N_L \leq 3 \cdot 10^6$	$\left(\frac{3 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{0,16}$
	$N_L > 3 \cdot 10^6$	1,0
Oțel aliat de cementare	$N_L < 10^3$	2,5
	$10^3 \leq N_L \leq 3 \cdot 10^6$	$\left(\frac{3 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{0,115}$
	$N_L > 3 \cdot 10^6$	1,0
Oțel aliat de nitrurare	$N_L < 10^3$	1,6
	$10^3 \leq N_L \leq 3 \cdot 10^6$	$\left(\frac{3 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{0,059}$
	$N_L > 3 \cdot 10^6$	1,0

Factorul de dimensiune Y_X

Tabelul 2.7.

Grupe de materiale	Modulul	Y_X
Oțel aliat de îmbunătățire Oțel aliat turnat	pentru $m \leq 5$	1,0
	pentru $5 < m < 30$	1,03 - 0,006 m
	pentru $m \geq 30$	0,85
Oțel aliat de cementare Oțel aliat de nitrurare	pentru $m \leq 5$	1,0
	pentru $5 < m < 25$	1,05 - 0,001 m
	pentru $m \geq 25$	0,80

Raportul $\left(\frac{b}{m} \right)$ sau $\left(\frac{b}{m_n} \right)$

Tabelul 2.8.

Raportul: Lățimea b/Modul m (b/m_o), după Niemann	
Construcția de mașini-unelte	$5 \leq \left(\frac{b}{m} \right) \leq 10$
Lagăre în oțel - construcții cu lagăre de o parte (arbori în consolă)	$10 \leq \left(\frac{b}{m} \right) \leq 25$
Lagăre în pereții laterali ai carcasei (arbori fără consolă)	$15 \leq \left(\frac{b}{m} \right) \leq 25$
Lagăre rigide, arbori scurți	$25 \leq \left(\frac{b}{m} \right) \leq 40$

Ținând seama de relațiile (2.96), (2.97) și (2.92) se poate determina modulul astfel:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 T_1 Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{\varepsilon} \cdot \cos \alpha_w \cdot K_A K_V K_{K\beta} K_{F\alpha}}{\left(\frac{b}{m} \right) z_1 \cos \alpha \sigma_{FP}}} \quad (2.99)$$

Pentru predimensionare se consideră aproximările următoare $x_1 = x_2 = 0$, $\alpha_w = \alpha$, $K_A = 1$,

$K_v = 1,2$, $K_{F\beta} = 1,25$, $K_{Fa} = 1$, $Y_e = 1$ și relația (2.99) devine:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{3 T_1 Y_{Fa} Y_{Sa}}{\left(\frac{b}{m}\right) z_1 \sigma_{FP}}} \quad (2.100)$$

Raportul (b/m) se poate obține din tabelul 2.8, iar pentru numărul de dinți al roții 1 se pot alege inițial valorile:

$z_1 \approx 20...25$ la viteze periferice, pe cercul de divizare, $V > 5$ m/s;

$z_1 \approx 18...22$ - viteze periferice $V = 1...5$ m/s;

$z_1 \approx 15...20$ - viteze periferice $V < 1$ m/s.

2.14.3. Determinarea modulului pe baza solicitării de presiune de contact

Efortul unitar care apare între flancurile dinților, în timpul transmiterii sarcinii, se poate calcula folosind relația lui Hertz dată pentru determinarea solicitării care apare în lungul generatoarei de contact dintre doi cilindri de oțel apăsați unul asupra celuilalt, (figura 2.42).

Valoarea efortului unitar maxim din zona de contact este:

$$\sigma_{Hmax} = \sqrt{\frac{F_n}{b\rho} \cdot \frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}}, \quad (2.101)$$

unde F_n este forța de apăsare pe direcția normalei comune;

b - lungimea liniei de contact;

ρ - raza redusă $\rho = \left(\frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \right)$;

ρ_1 și ρ_2 - razele de curbură ale suprafețelor aflate în contact;

ν_1 și ν_2 - coeficienții lui Poisson pentru cei doi cilindri;

E_1 și E_2 - modulele de elasticitate pentru cei doi cilindri.

Ținând seamă de observația că centrele de curbură ale flancurilor evolventice sunt în punctele N_1 și N_2 (figura 2.43), pentru un punct oarecare Y de pe linia de angrenare, se poate scrie:

$$\begin{aligned} \rho_{y1} + \rho_{y2} &= (r_{w1} + r_{w2}) \sin \alpha_w = \\ &= r_1 \cos \alpha (1 + u) \tan \alpha_w, \end{aligned} \quad (2.102)$$

și

$$\left. \begin{aligned} \rho_{y1} &= r_{b1} \tan \alpha_{y1} = r_1 \cos \alpha \tan \alpha_{y1}, \\ \rho_{y2} &= r_{b2} \tan \alpha_{y2} = r_2 \cos \alpha \tan \alpha_{y2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.103)$$

Raza redusă este:

$$\frac{1}{\rho_y} = \frac{1}{\rho_{y1}} + \frac{1}{\rho_{y2}} = \frac{\rho_{y1} \rho_{y2}}{\rho_{y1} + \rho_{y2}} = \frac{2}{d_1 \cos \alpha} \cdot \frac{u + 1}{u} \cdot \frac{\tan \alpha_w}{\tan \alpha_{y1} + \tan \alpha_{y2}}. \quad (2.104)$$

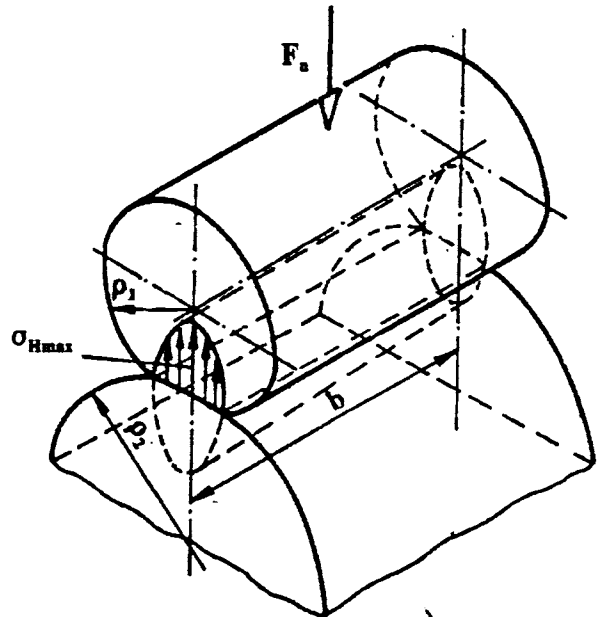


Fig. 2.42. Efortul unitar între doi cilindri apăsați unul asupra celuilalt.

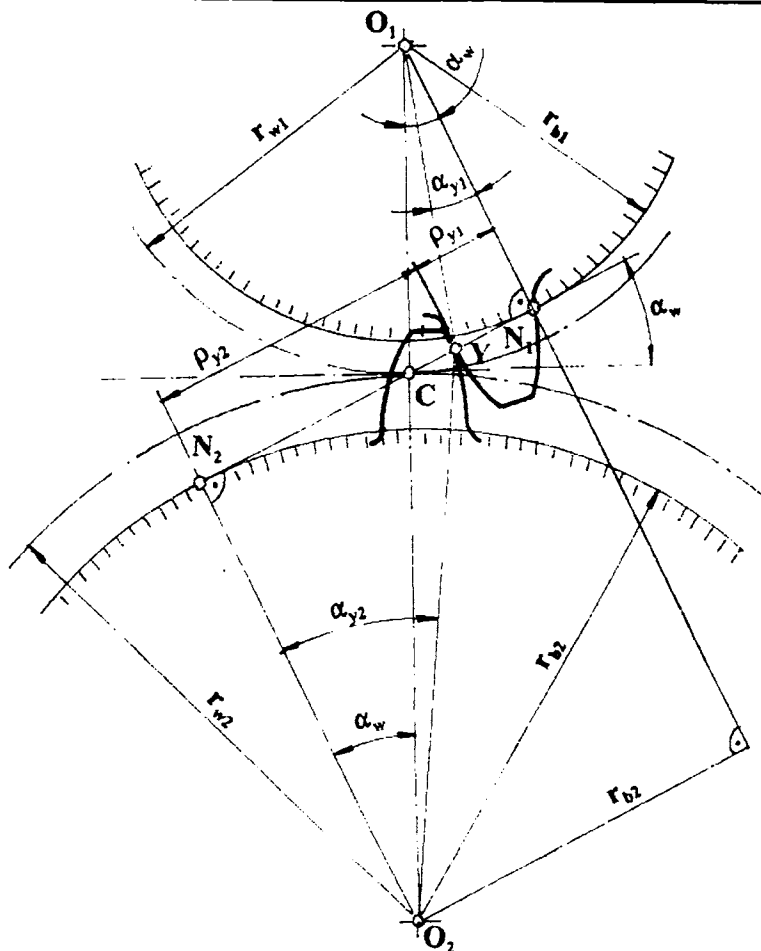


Fig. 2.43. Razele de curbura ρ_{y1} și ρ_{y2} în punctul de contact Y.

Forța de apăsare a cilindrilor cu razele de curbura ρ_{y1} și ρ_{y2} este dată de relația:

$$F_n = F_{n1} = \frac{F_{t1}}{\cos \alpha_w} = \frac{2T_1}{d_{w1} \cos \alpha_w} = \frac{2T_1}{d_1 \cos \alpha} \quad (2.105)$$

Ținând seama de relațiile (2.104) și (2.105), presiunea de contact într-un punct oarecare Y devine:

$$\sigma_{HY} = \sqrt{\frac{2T_1}{b d_1^2} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot \frac{2 \tan \alpha_w}{\cos^2 \alpha \tan \alpha_{y1} \tan \alpha_{y2}} \cdot \frac{1}{\pi \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)}} \quad (2.106)$$

Așa cum se poate observa presiunea de contact dată de relația (2.106) variază în lungul liniei de angrenare.

Pentru obținerea presiunii de contact în punctul C (polul angrenării), în relația (2.106) se pune condiția $\alpha_{y1} = \alpha_{y2} = \alpha_w$, astfel încât:

$$\sigma_{HC} = \sqrt{\frac{2T_1}{b d_1^2} \cdot \frac{u+1}{u}} \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha \tan \alpha_w}} \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)}}$$

sau

$$\sigma_{HC} = Z_H Z_E \sqrt{\frac{2T_1}{b d_1^2} \cdot \frac{u+1}{u}} \quad (2.107)$$

unde

$$Z_H = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha \tan \alpha_w}} \quad \text{și} \quad Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}}$$

Luând în considerare și efectul gradului de acoperire ε_α , presiunea de contact nominală devine

$$\sigma_{H0} = \sigma_{HC} Z_E = Z_H Z_E Z_\varepsilon \sqrt{\frac{2 T_1}{b d_1^2} \cdot \frac{u + 1}{u}} \quad (2.108)$$

Presiunea de contact efectivă dintre flancurile dinților este influențată de condițiile de funcționare și de precizia de execuție a angrenajului. De aceea relația (2.108) se transformă astfel:

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\varepsilon \sqrt{\frac{2 T_1}{b d_1^2} \cdot \frac{u + 1}{u}} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP} \quad (2.109)$$

unde $Z_H = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha \tan \alpha_w}}$ este factorul zonei de contact (dacă $\alpha = \alpha_w = 20^\circ$ atunci $Z_H = 2,5$);

$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}}$ - factorul de elasticitate (tabelul 2.9);

Factorul de elasticitate Z_E în $\sqrt{N/mm^2}$

Tabelul 2.9.

	Fontă cenușie	Fontă nodulară	Oțel turnat	Oțel
Fontă cenușie	145	158	160	165
Fontă nodulară	158	175	117,3	182,7
Oțel turnat	160	177,3	180	187,0
Oțel	165	182,7	187,0	190

$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}}$ - factorul gradului de acoperire;

$d_1 = m z_1$ - diametrul de divizare al roții 1;

$u = \frac{z_2}{z_1}$ - raportul de transmitere (la cremalieră $u = \infty$ și $\frac{u + 1}{u} = 1$);

K_A - factorul regimului de funcționare (tabelul 2.1);

K_V - factorul dinamic (figura 2.38, pentru dinți drepți și 2.39, pentru dinți înclinați);

$K_{H\beta}$ - factorul repartiției sarcinii pe lățimea danturii pentru solicitarea de contact (tabelul 2.2.);

$K_{H\alpha}$ - factorul repartiției frontale a sarcinii la solicitarea de contact (tabelul 2.3.).

Presiunea de contact admisibilă se determină cu relația:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT}}{S_{Hmin}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X \quad (2.110)$$

unde σ_{Hlim} este presiunea de contact limită dintre flancurile dinților (tabelul 2.4., figura 2.44 sau tabelul 2.10);

Z_{NT} - factorul duratei de funcționare (figura 2.45 sau tab 2.11)

$Z_L \approx 1$ - factorul influenței ungerii asupra solicitării de contact (2.113);

$Z_V \approx 1$ - factorul influenței vitezei periferice asupra solicitării de contact (2.114);

$Z_R \approx 1$ - factorul rugozității flancurilor dinților (2.115);

ANGRENAJE CU AXE PARALELE

$Z_w \approx 1$ - factorul raportului durității flancurilor (2.116);

$Z_x = 1$ - factorul de dimensiune pentru solicitarea de contact (tabelul 2.12);

$S_{Hmin} = 1 \dots 1,3$ - factorul de siguranță pentru rezistența la contact.

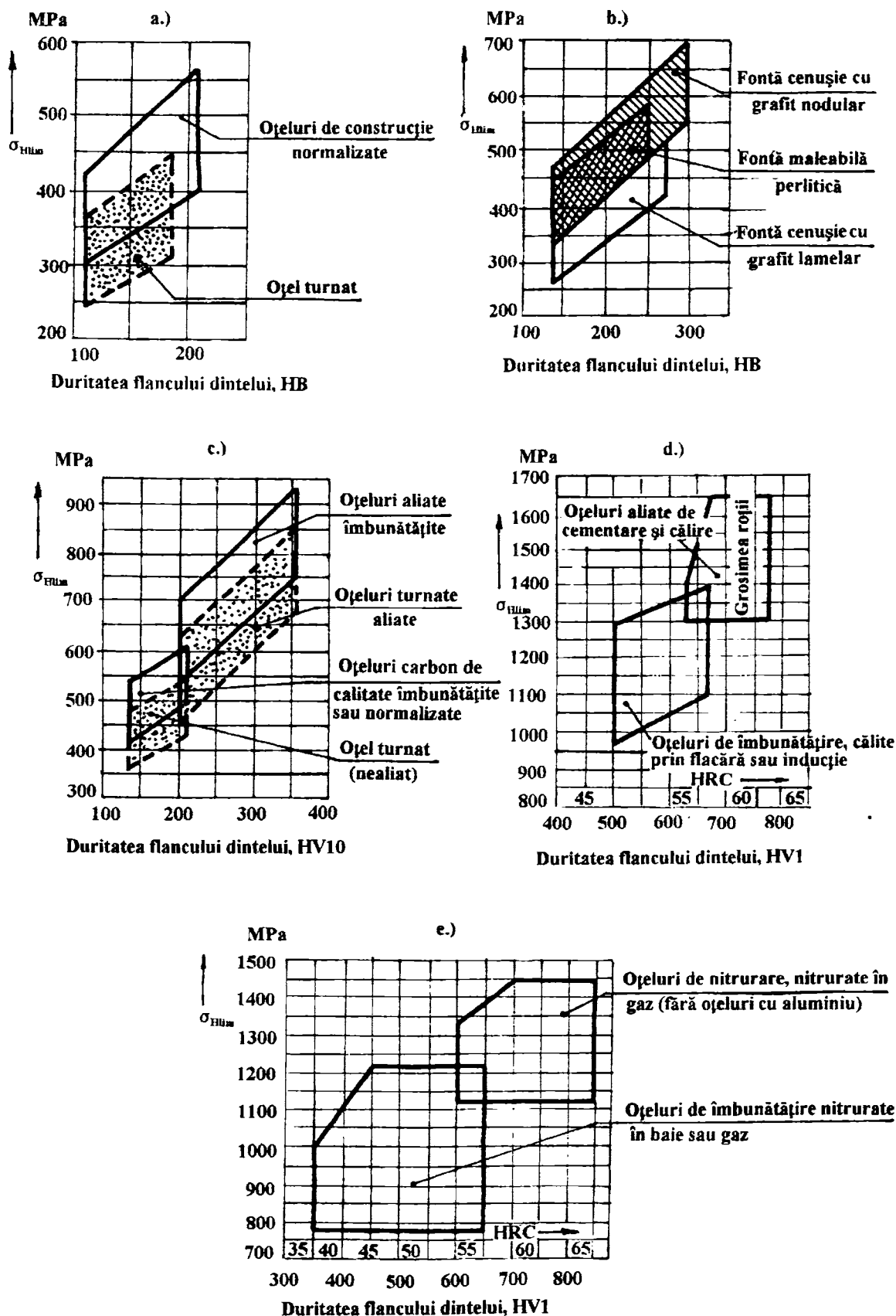


Fig. 2.44. Valorile eforturilor unitare limită la solicitarea de presiune de contact, în funcție de duritatea flancului, pentru diferite tipuri de oțeluri.

Valorile eforturilor unitare σ_{Hlim} pentru câteva materiale după MAAG **Tabelul 2.10.**

Grupa de materiale	Valori pentru σ_{Hlim} în N/mm ²
Oțel aliat de cementare	1400+40 (HRC-55) pentru HRC > 60 $\sigma_{Hlim} = 1600$
Oțel aliat de nitrurare	1270+16 (HRC-55) pentru HRC > 63 $\sigma_{Hlim} = 1400$
Oțel aliat de îmbunătățire	650 + 1,6 (HB - 200)
Oțel aliat turnat	520 + 1,5 (HB - 200)

Factorul duratei de funcționare Z_{NT} **Tabelul 2.11.**

Grupa de materiale	Numărul de cicluri de solicitare N_L	Z_{NT}
Oțel aliat de cementare	$N_L < 10^5$	1,6
Oțel aliat de îmbunătățire	$10^5 \leq N_L \leq 5 \cdot 10^7$	$\left(\frac{5 \cdot 10^7}{N_L} \right)^{0,0756}$
Oțel aliat turnat	$N_L > 5 \cdot 10^7$	1,0
Oțel aliat de nitrurare	$N_L < 10^5$	1,3
	$10^5 \leq N_L \leq 2 \cdot 10^6$	$\left(\frac{2 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{0,0875}$
	$N_L > 2 \cdot 10^6$	1,0

Factorul de dimensiune Z_x **Tabelul 2.12.**

Grupa de materiale	Modulul	$Z_{x\alpha}$
Oțel aliat de îmbunătățire, oțel aliat turnat	-	1,0
Oțel aliat de cementare	$m \leq 10$ $10 < m < 30$ $m \geq 30$	1,0 1,05-0,005 m 0,9
Oțel aliat de nitrurare	$m \leq 7,3$ $7,3 < m < 30$ $m \geq 30$	1,0 1,08-0,011 m 0,75

Din relația (2.109) se poate obține modulul angrenajului astfel:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 T_1 K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}{\left(\frac{b}{m} \right) z_1^2} \cdot \frac{u+1}{u} \left(\frac{Z_H Z_E Z_\epsilon}{\sigma_{HP}} \right)^2} \quad (2.111)$$

Pentru predimensionare se admit valori medii $Z_\epsilon = 1$, $K_A = 1$, $K_V \approx 1,2$, $K_{H\beta} \approx 1,5$ și $K_{H\alpha} \approx 1$ și în acest caz din (2.111) rezultă:

$$m \geq \sqrt[3]{3,6 \frac{T_1}{\left(\frac{b}{m} \right) z_1^2} \cdot \frac{u+1}{u} \left(\frac{Z_H Z_E}{\sigma_{HP}} \right)^2} \quad (2.112)$$

Factorul influenței ungerii asupra solicitării de contact:

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4(1 - C_{ZL})}{\left(1,2 + \frac{134}{v_{40}} \right)^2} \quad (2.113)$$

$$C_{ZL} = \frac{\sigma_{Hlim} - 850}{350} \cdot 0,008 + 0,83 ,$$

unde v_{40} este vâscozitatea cinematică a uleiului la 40°C în mm²/s.

Factorul influenței vitezei periferice asupra solicitării de contact:

$$Z_V = C_{ZV} + \frac{2(1 - C_{ZV})}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{V}}} , \quad (2.114)$$

$$C_{ZV} = \frac{\sigma_{Hlim} - 850}{350} \cdot 0,08 + 0,85 ,$$

unde V este viteza periferică a roții în m/s.

Factorul rugozității flancurilor dinților:

$$Z_R = \left(\frac{3}{R_{Z100}} \right)^{C_{ZR}} , \quad (2.115)$$

$$R_{Z100} = 3(R_{a1} + R_{a2}) \sqrt[3]{\frac{100}{a_w}} ,$$

$$C_{ZR} = \frac{1000 - \sigma_{Hlim}}{5000} + 0,12 ,$$

unde R_{a1} este rugozitatea medie aritmetică a flancului pinionului în μm;

R_{a2} - rugozitatea medie aritmetică a flancului dintelui roții în μm;

a_w - distanța axială în mm.

Factorul raportului durității flancurilor:

$$Z_W = 1,2 - \frac{HB - 130}{1700} , \quad (2.116)$$

unde HB este duritatea Brinell a roții cu duritate mai mică din angrenaj. Pentru durități din exteriorul domeniului $130 \leq HB \leq 470$, $Z_W = 1$.

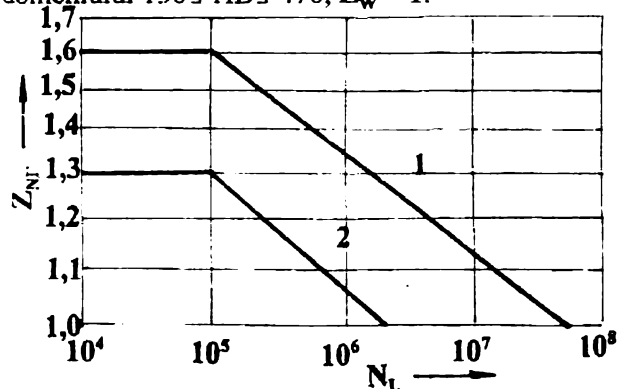


Fig. 2.45. Factorul durabilității la solicitarea de presiune de contact pentru: 1 - oțel aliat de cementare, oțel aliat de îmbunătățire, oțel aliat turnat; 2 - oțel aliat de nitrurare.

2.15. Alegerea raportului de transmitere

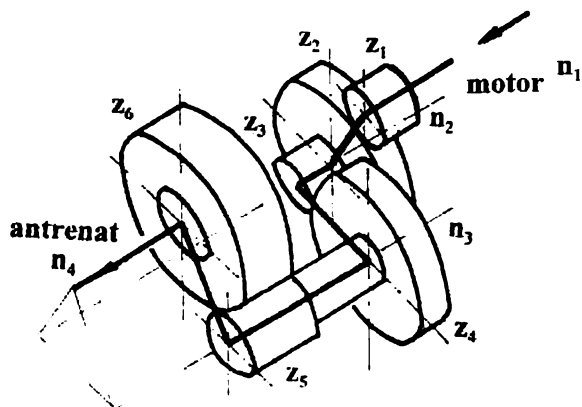
Raportul de transmitere, respectiv raportul dinților la un singur angrenaj de reducere poate ajunge $i_{12} = u_{12} \leq 8$ (10). Pentru angrenajele prezentate în figura 2.46 raportul de transmitere total este

$$i_t = i_{12} i_{23} i_{34} \quad \text{respectiv} \quad u = u_1 u_2 u_3, \quad (2.117)$$

unde

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2}, \quad i_{23} = \frac{n_2}{n_3}, \quad i_{34} = \frac{n_3}{n_4},$$

$$u_1 = \frac{z_2}{z_1}, \quad u_2 = \frac{z_4}{z_3}, \quad u_3 = \frac{z_6}{z_5}.$$



Rezultă:

$$i_t = \frac{n_1}{n_2} \frac{n_2}{n_3} \frac{n_3}{n_4} = \frac{n_1}{n_4},$$

Fig. 2.46. Angrenaj cu trei trepte de reducere. coaxial.

$$u = \frac{z_2}{z_1} \frac{z_4}{z_3} \frac{z_6}{z_5} = \frac{\text{Produsul dinților roților antrenate}}{\text{Produsul dinților roților motoare}}. \quad (2.118)$$

În general se utilizează două angrenaje până la $i_t \approx 45$, iar pentru $i_t > 45$ până la $i_t \approx 100$ se folosesc trei angrenaje.

Împărțirea raportului de transmitere total se poate face după diagrama din figura 2.47, dacă se urmărește ca roțile dințate să aibă volum minim și sarcina pe treptele de reducere să se distribuie uniform.

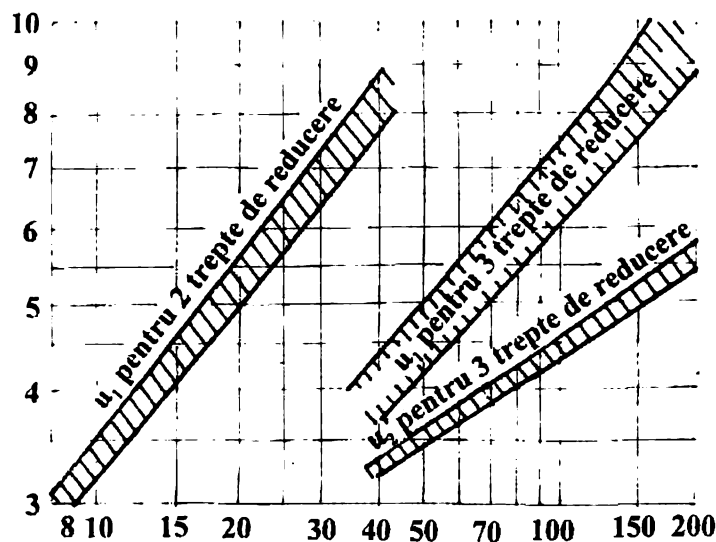


Fig. 2.47. Recomandări pentru împărțirea raportului de transmitere total.

2.16. Randamentul angrenajelor

Puterea pe arborele motor (de intrare) este $P_1 = T_1 \omega_1$ iar puterea pe arborele condus (de ieșire) $P_2 = T_2 \omega_2$. Randamentul total al transmisiei va fi:

$$\eta_t = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2 \omega_2}{T_1 \omega_1} = \frac{T_2}{T_1 i_{12}} = \frac{T_2}{T_1 u} \quad (2.119)$$

Randamentul angrenajului este $\eta_z \approx 0,995$ (0,98).

Randamentul unui arbore așezat pe două lagăre cu rostogolire (rulmenți) este $\eta_l \approx 0,99$, iar pentru lagăre cu alunecare $\eta_L \approx 0,97$.

Randamentul etanșării este $\eta_D \approx 0,98$.

Randamentul total al unui angrenaj (o pereche de roți dințate, doi arbori pe rulmenți și etanșați) devine:

$$\eta_t = \eta_z \eta_{Ll} \eta_{Dt} = 0,995 \cdot 0,98 \cdot 0,96 \approx 0,94$$

unde $\eta_{Ll} = \eta_l$, $\eta_{Ll} = \eta_L^2$ este randamentul total al lagărelor;

$\eta_{Dt} = \eta_D$, $\eta_{Dt} = \eta_D^2$ - randamentul total al elementelor de etanșare.

Exemplul de calcul 2.2

Să se calculeze modulul și să se dimensioneze angrenajul cilindric cu dinți drepi, cunoscând: turația roții motoare $n_1 = 1200 \frac{\text{rot}}{\text{min}}$, puterea pe roata motoare $P_1 = 5\text{kW}$, raportul de transmitere

$i_{12} = u_{\text{STAS}} = \frac{z_2}{z_1} = 3,15$, materialul roților este oțel de îmbunătățire OLC 45, numărul de dinți al roții 1 este $z_1 = 21$.

Rezolvarea

Numărul de dinți ai roții conduse $z_2 = u_{\text{STAS}} z_1 = 3,15 \cdot 21 = 66,15 \approx 66$.

Raportul de angrenare $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{66}{21} = 3,143$

Abaterea de la raportul standardizat este:

$$\Delta u = \frac{u_{\text{STAS}} - u}{u_{\text{STAS}}} = \frac{3,15 - 3,143}{3,15} = 0,0022,$$

$$\Delta u\% = 0,22\% \in [-2\% ; 2\%].$$

Momentul de torsiune pe arborele roții 1 este:

$$T_1 = \frac{30}{\pi} 10^6 \frac{P_1}{n_1} = \frac{30}{\pi} 10^6 \frac{5}{1200} = 39788,736 \text{ Nmm}.$$

Raportul $\left(\frac{b}{m}\right) = 15$ (tab. 2.8).

Factorul zonei de contact $Z_H = 2,5$.

Exemplul de calcul 2.2

Factorul de material $Z_E = 190 \sqrt{N/mm^2}$, (tabelul 2.9).

Presiunea de contact admisibilă este:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT}}{S_{Hlim}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X.$$

Considerând pentru predimensionare $Z_{NT} = 1$; $Z_L \approx 1$; $Z_V \approx 1$; $Z_R \approx 1$; $Z_X = 1$ și $S_{Hlim} = 1,15$, pentru OLC 45 îmbunătățit $\sigma_{Hlim} = 590 N/mm^2$ (tabelul 2.4) rezultă:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_{Hlim}} = \frac{590}{1,15} = 513 N/mm^2.$$

Modulul angrenajului, ținând seamă de solicitarea la presiune de contact, se determină astfel:

$$m \geq \sqrt[3]{3,6 \frac{T_1}{\left(\frac{b}{m}\right) z_1^2} \cdot \frac{u+1}{u} \left(\frac{Z_R Z_E}{\sigma_{HP}}\right)^2} = \sqrt[3]{3,6 \frac{39788,736}{15 \cdot 21^2} \cdot \frac{3,143+1}{3,143} \left(\frac{2,5 \cdot 190}{513}\right)^2} = 2,903 \text{ mm}.$$

Se alege din STAS 822-82:

$$m_{STAS} = 3 \text{ mm}.$$

Diametrele de divizare sunt:

$$\begin{aligned} d_1 &= m_{STAS} z_1 = 3 \cdot 21 = 63 \text{ mm}, \\ d_2 &= m_{STAS} z_2 = 3 \cdot 66 = 198 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Distanța axială elementară este:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_{STAS} (z_1 + z_2)}{2} = \frac{3(21 + 66)}{2} = 130,5 \text{ mm}$$

Dacă se impune ca distanța dintre axe să fie standardizată, atunci din STAS 6055-82, se poate observa că cele mai apropiate valori față de valoarea calculată sunt **125 mm** sau **140 mm**. Din această cauză valoarea lui "a" trebuie să fie apropiată de a_{STAS} . Această apropiere se poate realiza micșorând sau măriră numărul de dinți. Micșorarea numărului de dinți conduce la creșterea modulului și deci calculele trebuiesc repetate. Este mai favorabil să se soluționeze problema prin mărirea numărului de dinți astfel:

$$z_1 = 22, \quad z_2 = u_{STAS} z_1 = 3,15 \cdot 22 = 69,3 \approx 69.$$

$$\text{Raportul de angrenare } u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{69}{22} = 3,136.$$

Abaterea de la raportul standardizat este:

$$\begin{aligned} \Delta u &= \frac{u_{STAS} - u}{u_{STAS}} = \frac{3,15 - 3,136}{3,15} = 0,0043, \\ \Delta u \% &= 0,43\% \in [-2\%; 2\%]. \end{aligned}$$

Creșterea numărului de dinți conduce la micșorarea modulului, astfel încât calculul făcut pentru alegerea modulului rămâne acoperitor.

În această situație distanța axială elementară devine:

$$a = \frac{m_{STAS} (z_1 + z_2)}{2} = \frac{3(22 + 69)}{2} = 136,5 \text{ mm}.$$

Distanța axială standardizată va fi $a_w = a_{STAS} = 140 \text{ mm}$.

Unghiul de angrenare:

$$\cos \alpha_w = \frac{a}{a_{STAS}} \cos \alpha = \frac{136,5}{140} \cos 20^\circ = 0,9162003 \Rightarrow \alpha_w = 23,623235^\circ,$$

$$\text{inv } \alpha_w = \tan \alpha_w - \alpha_w = \tan 23,623235^\circ - \frac{23,623235^\circ}{180^\circ} \pi = 0,0250689 ,$$

$$\text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha = \tan 20^\circ - \frac{20^\circ}{180^\circ} \pi = 0,0149043 .$$

Suma deplasărilor specifice de profil:

$$x_1 + x_2 = \frac{(z_1 + z_2)(\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha)}{2 \tan \alpha} = \frac{(22 + 69)(0,0250689 - 0,0149043)}{2 \tan 20^\circ} = 1,2706914$$

Din figura 2.33, b, se determină deplasarea specifică de profil x_1 :

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1,2706914}{2} = 0,6353457 ,$$

$$\frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{22 + 69}{2} = 45,5 .$$

În funcție de valorile $\frac{x_1 + x_2}{2}$ și $\frac{z_1 + z_2}{2}$ se interpolează o dreaptă care trece prin punctul

P. Această dreaptă este intersectată cu verticala $z_1 = 22$ în P_1 . Ducând din P_1 o orizontală pe axa ordonatelor se obține $x_1 \approx 0,61$. Valoarea lui x_2 se obține prin scădere astfel:

$$x_2 = (x_1 + x_2) - x_1 = 1,2706914 - 0,61 = 0,6606914 .$$

Coefficientul de modificare a distanței dintre axe:

$$y = \frac{a_{\text{STAS}} - a}{m_{\text{STAS}}} = \frac{140 - 136,5}{3} = 1,1666667 .$$

Coefficientul de scurtare a înălțimii dintelui:

$$k = (x_1 + x_2) - y = 1,2706914 - 1,1666667 = 0,1040147 .$$

Diametrele cercurilor de cap:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= m_{\text{STAS}} (z_1 + 2h_a^* + 2x_1 - 2k) = 3(69 + 2 \cdot 0,61 - 2 \cdot 0,1040247) \\ &= 75,035852 \text{ mm} , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{a2} &= m_{\text{STAS}} (z_2 + 2h_a^* + 2x_2 - 2k) = 3(69 + 2 \cdot 0,6606914 - 2 \cdot 0,1040247) \\ &= 216,34 \text{ mm} . \end{aligned}$$

Diametrele cercurilor de picior:

$$\begin{aligned} d_{f1} &= m_{\text{STAS}} (z_1 - 2h_a^* + 2x_1 - 2c^*) = 3(22 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,61 - 2 \cdot 0,25) \\ &= 62,16 \text{ mm} , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{f2} &= m_{\text{STAS}} (z_2 - 2h_a^* + 2x_2 - 2c^*) = 3(69 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,6606914 - 2 \cdot 0,25) \\ &= 203,46415 \text{ mm} . \end{aligned}$$

Înălțimea dintelui:

$$h = m_{\text{STAS}} (2h_a^* + c^* - k) = 3(2 \cdot 1 + 0,25 - 0,1040147) = 6,4379259 \text{ mm} .$$

Diametrele cercurilor de rostogolire:

$$d_{w1} = d_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = m_{\text{STAS}} z_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 3 \cdot 22 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 23,623235^\circ} = 67,692308 \text{ mm} ,$$

$$d_{w2} = d_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = m_{\text{STAS}} z_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 3 \cdot 69 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 23,623235^\circ} = 212,30769 \text{ mm} .$$

Diametrele cercurilor de bază:

$$d_{b1} = d_1 \cos 20^\circ = m_{\text{STAS}} z_1 \cos 20^\circ = 3 \cdot 22 \cos 20^\circ = 62,019713 \text{ mm} ,$$

$$d_{b2} = d_2 \cos 20^\circ = m_{\text{STAS}} z_2 \cos 20^\circ = 3 \cdot 69 \cos 20^\circ = 194,5137 \text{ mm} .$$

Exemplul de calcul 2.2

Verificări:

$$h = \frac{d_{a1} - d_f}{2} = \frac{75,035852 - 62,16}{2} = 6,437926 \text{ mm} ,$$

$$h = \frac{d_{a2} - d_{f2}}{2} = \frac{216,34 - 203,46415}{2} = 6,437925 \text{ mm} ,$$

$$a_{STAS} = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = \frac{67,692308 + 212,30769}{2} = 140 \text{ mm} .$$

Gradul de acoperire al angrenajului:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} \left[(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha_w) + \frac{z_2}{z_1} (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha_w) \right] ,$$

unde

$$\cos \alpha_{a1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \frac{62,019713}{75,035852} = 0,8265344 \Rightarrow \alpha_{a1} = 34,255634^\circ ,$$

$$\tan \alpha_{a1} = \tan 34,255634^\circ = 0,6810197 ,$$

$$\cos \alpha_{a2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \frac{194,51637}{216,34} = 0,8991234 \Rightarrow \alpha_{a2} = 25,956912^\circ ,$$

$$\tan \alpha_{a2} = \tan 25,956912^\circ = 0,486802 ,$$

astfel obținându-se:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{22}{2\pi} \left[(0,6810197 - 0,4373722) + \frac{69}{22} (0,486802 - 0,4373722) \right] = 1,3959323 .$$

Numărul de dinți care se poate executa fără să apară ascuțirea la vârful acestora este:

$$z_a = \frac{\frac{\pi}{2} + 2x_1 \tan \alpha}{\frac{0,2 m_{STAS}}{2 r_a} - \operatorname{inv} \alpha + \operatorname{inv} \alpha_a} = \frac{\frac{\pi}{2} + 2 \cdot 0,61 \cdot \tan 20^\circ}{\frac{0,2 \cdot 3}{2 \cdot 37,83} - 0,0149043 - 0,0888608} = 24,605212 ,$$

unde

$$r_a \approx \frac{m_{STAS} z_1}{2} + h_a^* m_{STAS} + x_1 m_{STAS} = \frac{3 \cdot 22}{2} + 1 \cdot 3 + 0,61 \cdot 3 = 37,83 \text{ mm} ,$$

$$\cos \alpha_a = \frac{z_1 \cos \alpha}{z_1 + 2h_a^* + 2x_1} = \frac{22 \cdot \cos 20^\circ}{22 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,61} = 0,819716 \Rightarrow \alpha_a = 34,943625^\circ ,$$

$$\operatorname{inv} \alpha_a = \tan \alpha_a - \alpha_a = \tan 34,943625^\circ - \frac{34,943625^\circ}{180^\circ} \pi = 0,0888608 .$$

Deoarece $z_1 = 22 < z_a = 24,6$ nu apare ascuțirea la vârful dintelui.

Verificarea danturii la solicitarea de încovoiere:

$$\begin{aligned} \sigma_F &= \frac{2T_1 K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}}{b m d_{w1}} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon = \\ &= \frac{2 \cdot 39788,736 \cdot 1 \cdot 1,04 \cdot 1,25 \cdot 1}{15 \cdot 3 \cdot 67,692} \cdot 2,13 \cdot 2 \cdot 0,787 = \\ &= 113,898 \text{ N/mm}^2 . \end{aligned}$$

unde $K_A = 1$ pentru mașina antrenată cu sarcină uniformă iar mașina motoare este motor electric (tabelul 2.1);

$K_{F\beta} = 1,25$ pentru clasa de precizie 7 (tabelul 2.2);

$K_{F\alpha} = 1$ pentru dinți drepi necăliți clasa de precizie 7 (tabelul 2.3);

$K_V = 1,04$ pentru $V_1 = \frac{\pi d_{w1} n_1}{60 \cdot 1000} = \frac{\pi \cdot 67,692 \cdot 1200}{60 \cdot 1000} = 4,253 \text{ m/s}$ din figura 2.39;

$Y_{Fa} = 2,13$ factorul de formă a dintelui (figura 2.36);

$Y_{Sa} = 2$ factorul concentratorului de tensiune (figura 2.37);

$Y_\epsilon = 0,787$ factorul gradului de acoperire determinat cu relația:

$$Y_{\epsilon} = 0,25 + \frac{0,75}{\epsilon_{\alpha}} = 0,25 + \frac{0,75}{1,396} = 0,787 .$$

Efortul unitar admisibil pentru solicitarea de încovoiere:

$$\begin{aligned}\sigma_{FP} &= \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT}}{S_{Fmin}} Y_{\delta rel T} Y_{R rel T} Y_X = \\ &= \frac{200 \cdot 2 \cdot 1}{1,7} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = \\ &= 235,294 \frac{N}{mm^2} ,\end{aligned}$$

unde $\sigma_{Fmin} = 200 \text{ N/mm}^2$ pentru OLC 45 îmbunătățit (tabelul 2.4)

$Y_{ST} = 2$ factorul de corectare a efortului unitar;

$Y_{NT} = 1$ pentru $N_L = 60 \text{ nL}_h \geq 3 \cdot 10^6$ (tabelul 2.6);

$Y_{\delta rel T} \approx 1$;

$Y_{R rel T} \approx 1$;

$Y_X = 1$ (tabelul 2.7);

$S_{Fmin} = 1,7$.

Se poate observa că dintele rezistă la solicitarea de încovoiere deoarece:

$$\sigma_F = 113,898 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{FP} = 235,294 \text{ N/mm}^2$$

Verificarea danturii la solicitarea de presiune de contact:

$$\begin{aligned}\sigma_H &= Z_H Z_E Z_{\epsilon} \sqrt{\frac{2 T_1}{b d_1^2} \cdot \frac{u + 1}{u} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}} \\ &= 2,276 \cdot 190 \cdot 0,932 \sqrt{\frac{2 \cdot 39788,736}{45 \cdot 66^2} \cdot \frac{3,136 + 1}{3,136} \sqrt{1 \cdot 1,04 \cdot 1,50 \cdot 1,0}} = \\ &= 368,112 \frac{N}{mm^2} ,\end{aligned}$$

unde $Z_H = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha \tan \alpha_w}} = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 20^\circ \tan 23,623235^\circ}} = 2,276 ;$

$$Z_E = 190 \sqrt{\frac{N}{mm^2}} ;$$

$$Z_{\epsilon} = \sqrt{\frac{4 - \epsilon_{\alpha}}{3}} = \sqrt{\frac{4 - 1,396}{3}} = 0,932 ;$$

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{69}{22} = 3,136 ;$$

$K_{H\beta} = 1,50$ pentru clasa 7 de precizie (tabelul 2.2);

$K_{H\alpha} = 1,0$ pentru clasa 7 de precizie, dinți drepi necăliți (tabelul 2.3).

Efortul unitar admisibil la presiune de contact:

$$\begin{aligned}\sigma_{HP} &= \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT}}{S_{Hmin}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X = \\ &= \frac{590 \cdot 1,0}{1,15} 0,968 \cdot 0,936 \cdot 0,703 \cdot 1,159 \cdot 1,0 = \\ &= 378,534 \frac{N}{mm^2} ,\end{aligned}$$

unde $\sigma_{Hlim} = 590 \text{ N/mm}^2$ pentru OLC 45 îmbunătățit (tabelul 2.4);

$Z_{NT} = 1,0$ pentru $N_L = 60 \text{ nL}_h > 5 \cdot 10^7$ cicluri (tabelul 2.11);

$S_{Hmin} = 1,15$;

Exemplul de calcul 2.2

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4(1 - C_{ZL})}{\left(1,2 + \frac{134}{v_{40}}\right)^2} = 0,771 + \frac{4(1 - 0,771)}{\left(1,2 + \frac{134}{140}\right)^2} = 0,968 ;$$

$$C_{ZL} = \frac{\sigma_{Hlim} - 850}{350} 0,08 + 0,83 = \frac{590 - 850}{350} 0,08 + 0,83 = 0,771 ;$$

Pentru ungerea angrenajului s-a ales din STAS 10588-76 un ulei TIN 82 EP cu vâscozitatea cinematică la 40°C $v_{40} = 140 \text{ mm}^2/\text{s}$.

$$Z_V = C_{ZV} + \frac{2(1 - C_{ZV})}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{V_1}}} = 0,791 + \frac{2(1 - 0,781)}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{4,253}}} = 0,936 ;$$

$$C_{ZV} = \frac{\sigma_{Hlim} - 850}{350} 0,08 + 0,85 = \frac{590 - 850}{350} 0,08 + 0,85 = 0,791 ;$$

$$V_1 = \frac{\pi d_{w1} n_1}{60 \cdot 1000} = \frac{\pi \cdot 67,692 \cdot 1200}{60 \cdot 1000} = 4,253 \frac{\text{m}}{\text{s}} ;$$

$$Z_R = \left(\frac{3}{R_{Z100}}\right)^{C_{ZR}} = \left(\frac{3}{17,163}\right)^{0,202} = 0,703 ;$$

$$R_{Z100} = 3(R_{a1} + R_{a2}) \sqrt[3]{\frac{100}{a_{STAS}}} = 3(3,2 + 3,2) \sqrt[3]{\frac{100}{140}} = 17,163 ;$$

$$C_{ZR} = \frac{1000 - \sigma_{Hlim}}{5000} + 0,12 = \frac{1000 - 590}{5000} + 0,12 = 0,202 ;$$

$$Z_w = 1,2 - \frac{HB - 130}{1700} = 1,2 - \frac{200 - 130}{1700} = 1,159 ;$$

$Z_x = 1,0$ pentru oțel de îmbunătățire (tabelul 2.12)

Se poate observa că dintele rezistă la solicitarea de presiune de contact deoarece:

$$\sigma_H = 368,112 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{HP} = 378,534 \text{ N/mm}^2 .$$

2.17. Angrenaje cilindrice cu dinți înclinați

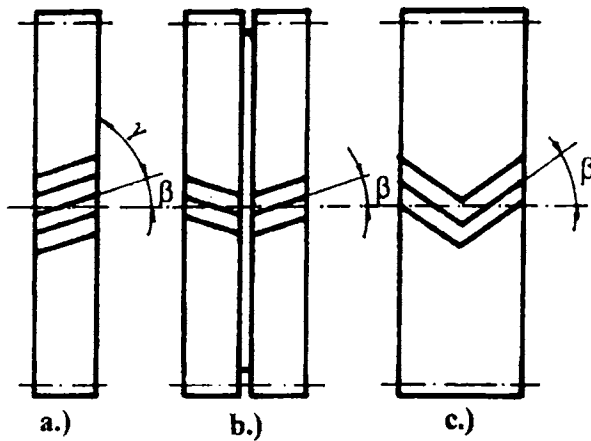


Fig. 2.48. Roți dințate cu dinți înclinați:
a) cu înclinare simplă; b) cu înclinare dublă, cu canal pe mijloc; c) cu dinți în V.

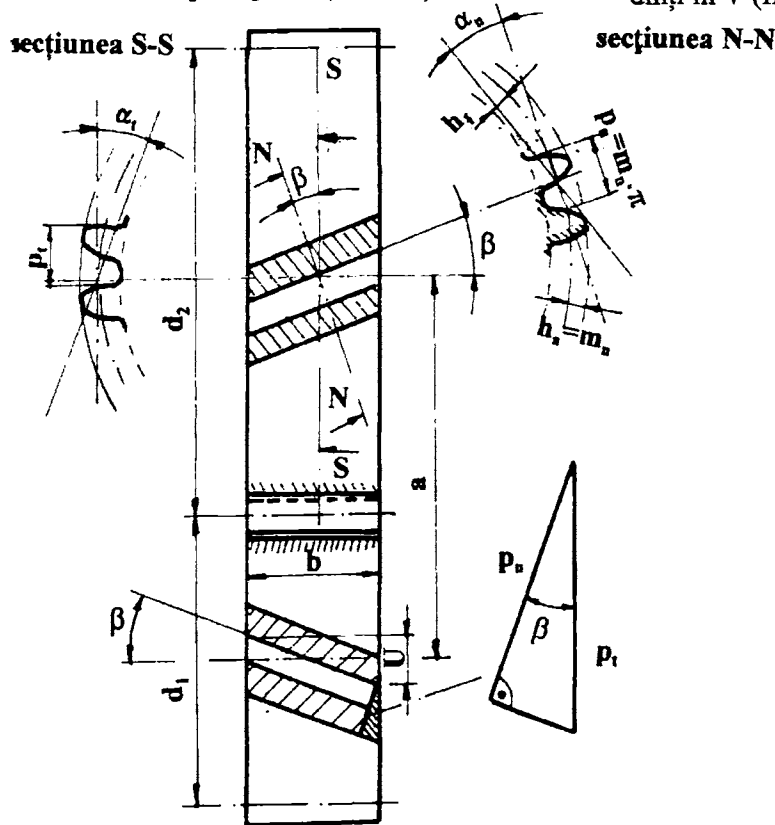


Fig. 2.49. Raportul mărimilor la roata dințată cu dinți înclinați în secțiunea frontală S-S și în secțiunea normală N-N.

modulul normal m_n și modulul frontal m_t , există relația:

$$\cos \beta = \frac{p_n}{p_t} = \frac{\pi m_n}{\pi m_t} = \frac{m_n}{m_t}, \quad (2.120)$$

unde β este unghiul de înclinare a dinților pe cilindrul de divizare;

2.17.1. Generalități

Angrenajele cu axe paralele compuse din roți cilindrice cu dinți înclinați (figura 2.48), în comparație cu angrenajele cilindrice cu dinți drepi, prezintă următoarele avantaje: produc un zgomot mai redus, gradul de acoperire este mai mare și ca urmare capacitatea portantă este mai mare. Ca dezavantaje se pot menționa: apariția forței axiale și necesitatea utilizării unor lagăre radial-axiale.

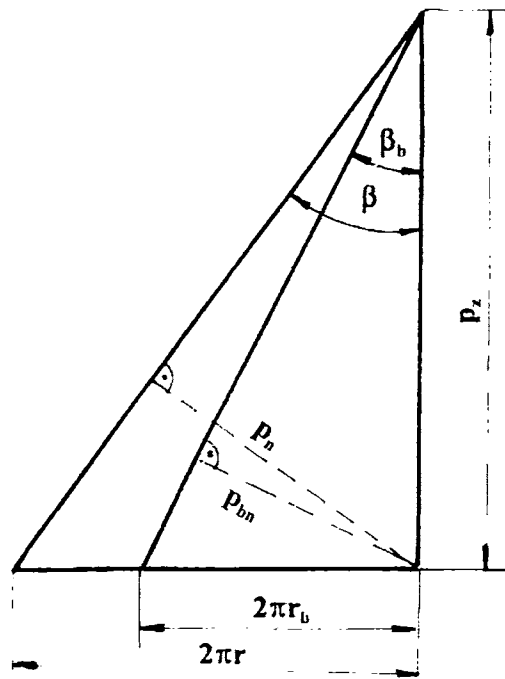
Roțile dințate cu dinți înclinați pot fi: cu înclinare simplă (figura 2.48, a) cu înclinare dublă cu canal pe mijloc (figura 2.48, b) și cu dinți în V (figura 2.48, c).

La roțile dințate cilindrice cu înclinare simplă și dublă $\beta^\circ = 8^\circ \dots 20^\circ$, iar la roțile cu dinți în V, $\beta^\circ = 30^\circ \dots 45^\circ$.

2.17.2. Elemente și dimensiuni geometrice

În figura 2.49 este prezentat un angrenaj cilindric cu dinți înclinați. Dinții se secționează cu un plan normal N-N și cu un plan frontal S-S. În secțiunea frontală, flancul dintelui este după o evolventă. În secțiunea normală, deși flancul exact nu este în evolventă se admite că ar fi o evolventă. Mărimile din secțiunea frontală se notează cu indicii t și cele din secțiunea normală cu indicii n .

Între pasul normal p_n și pasul frontal p_t , respectiv



m_n - modulul măsurat în secțiunea normală (modulul standardizat);
 m_t - modulul măsurat în secțiunea frontală;
 α_n - unghiul de profil al cremalierei de referință în secțiunea normală ($\alpha_n = 20^\circ$);
 α_t - unghiul de profil al cremalierei de referință în secțiunea frontală.

Unghiurile de profil sunt legate prin relația:

$$\cos \beta = \frac{\tan \alpha_n}{\tan \alpha_t} . \quad (2.121)$$

Desfășurând urma flancului dintelui obținut prin secționarea cu cilindrul de divizare și cu cilindrul de bază se obține figura 2.50, de unde se poate scrie:

$$p_z = \frac{2 \pi r_b}{\tan \beta_b} = \frac{2 \pi r}{\tan \beta} ,$$

de unde $\tan \beta_b = \tan \beta \frac{r_b}{r}$ sau, ținând seama că

$$\frac{r_b}{r} = \cos \alpha_t , \text{ se obține}$$

$$\tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t \quad (2.122)$$

unde β_b este unghiul de înclinare a dinților pe cilindrul de

Fig. 2.50. Desfășurarea urmei flancului în plan.
 bază.

Pasul de bază normal este:

$$p_{bn} = p_n \cos \alpha_n .$$

Din figura 2.50 rezultă:

$$\frac{p_{bn}}{p_n} = \frac{\sin \beta_b}{\sin \beta} ,$$

sau

$$\sin \beta_b = \sin \beta \cos \alpha_n . \quad (2.123)$$

De asemenea:

$$\frac{p_{bn}}{p_{bt}} = \cos \beta_b = \frac{p_z \sin \beta_b}{p_z \tan \beta_b} .$$

Ținând seama de relațiile (2.122) și (2.123), se poate obține:

$$\cos \beta_b = \cos \beta \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_t} . \quad (2.124)$$

Diametrele de divizare ale roților dințate cilindrice cu dinți înclinați (figura 2.49) sunt:

$$d_1 = m_t z_1 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_1 , \quad (2.125)$$

$$d_2 = m_t z_2 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_2 . \quad (2.126)$$

Diametrele cercurilor de bază, prin analogie cu roțile dințate cilindrice cu dinți drepi, sunt:

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_t = \frac{m_n}{\cos \beta} z_1 \cos \alpha_t , \quad (2.127)$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha_t = \frac{m_n}{\cos \beta} z_2 \cos \alpha_t , \quad (2.128)$$

Distanța axială elementară este:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} . \quad (2.129)$$

Diametrele cercurilor de rostogolire sunt:

$$d_{w1} = d_1 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{m_n}{\cos \beta} z_1 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} , \quad (2.130)$$

$$d_{w2} = d_2 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{m_n}{\cos \beta} z_2 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} . \quad (2.131)$$

Distanțele între axe este (cazul general cu deplasări de profil):

$$a_w = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = a \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} . \quad (2.132)$$

Unghiul de angrenare se obține din relația:

$$\text{inv } \alpha_{wt} = \tan \alpha_{wt} - \alpha_{wt} = 2 \tan \alpha_n \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} + \text{inv } \alpha_t . \quad (2.133)$$

Coeeficientul de scurtare a înălțimii dintelui este:

$$k = x_1 + x_2 - \frac{z_1 + z_2}{2 \cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t - \cos \alpha_{wt}}{\cos \alpha_{wt}} . \quad (2.134)$$

Diametrele cercurilor de cap sunt:

$$d_{a1} = m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} + 2x_1 + 2h_a^* - 2k \right) . \quad (2.135)$$

$$d_{a2} = m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} + 2x_2 + 2h_a^* - 2k \right) . \quad (2.136)$$

Înălțimea dintelui angrenajului deplasat este:

$$h = m_n (2h_a^* + c^* - k) . \quad (2.137)$$

Diametrele cercurilor de picior sunt:

$$d_{f1} = m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} + 2x_1 - 2h_a^* - 2c^* \right) , \quad (2.138)$$

$$d_{f2} = m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} + 2x_2 - 2h_a^* - 2c^* \right) . \quad (2.139)$$

Pentru angrenajul zero ($x_1 = 0$ și $x_2 = 0$) relațiile geometrice stabilite mai sus se modifică astfel:

$$\begin{aligned} \alpha_{wt} &= \alpha_t = \arctan \left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \right) , \\ r_{w1} &= r_1 \quad \text{și} \quad r_{w2} = r_2 , \\ a_w &= a = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} , \\ k &= 0 , \\ h &= m_n (2h_a^* + c^*) , \\ d_{a1} &= m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} + 2h_a^* \right) \quad \text{și} \quad d_{a2} = m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} + 2h_a^* \right) , \end{aligned}$$

$$d_n = m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} - 2h_a^* - 2c^* \right) \quad \text{și} \quad d_{n2} = m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} - 2h_a^* - 2c^* \right).$$

În cazul angrenajului zero-deplasat, la care $x_1 = -x_2$, relațiile geometrice stabilite în cazul general devin:

$$\begin{aligned} \alpha_{wt} &= \alpha_t = \arctan \left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \right), \\ r_{w1} &= r_1 \quad \text{și} \quad r_{w2} = r_2, \\ a_w &= a = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta}, \\ k &= 0, \\ h &= m_n(2h_a^* + c^*), \\ d_{a1} &= m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} + 2h_a^* + 2x_1 \right) \quad \text{și} \quad d_{a2} = m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} + 2h_a^* + 2x_2 \right), \\ d_n &= m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} - 2h_a^* - 2c^* + 2x_1 \right) \quad \text{și} \quad d_{n2} = m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} - 2h_a^* - 2c^* + 2x_2 \right). \end{aligned}$$

2.17.3. Determinarea gradului de acoperire

Gradul de acoperire, în cazul angrenajelor cilindrice cu dinți înclinați, este mai mare decât cel al angrenajelor cilindrice cu dinți drepi și se compune din două părți: gradul de acoperire notat cu ϵ_α și gradul de acoperire suplimentar rezultat din înclinarea dinților ϵ_β . Astfel, gradul de acoperire total al angrenajului cilindric cu dinți înclinați este:

$$\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta. \quad (2.140)$$

Gradul de acoperire frontal se determina cu relația (2.62) stabilită la angrenajele cilindrice cu dinți drepi, adică:

$$\epsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} \left[(\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_{wt}) + u(\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_{wt}) \right], \quad (2.141)$$

unde

$$\cos \alpha_{at1} = \frac{d_{a1}}{d_{a2}}, \quad \cos \alpha_{at1} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} \quad \text{și} \quad u = \frac{z_2}{z_1}.$$

Gradul de acoperire suplimentar cauzat de înclinarea dinților (figura 2.51) este dat de relația:

$$\epsilon_\beta = \frac{u'}{p_t} = \frac{b \tan \beta}{p_t} = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n}. \quad (2.142)$$

2.17.4. Alegerea deplasărilor de profil la angrenajele cilindrice cu dinți înclinați

La angrenajele cilindrice cu dinți înclinați deplasările specifice de profil sunt definite în secțiunea normală pe dinte (figura 2.52).

Secționând cilindrul de divizare cu un plan normal pe dinte, dus prin punctul C, se obține o elipsă (figura 2.52).

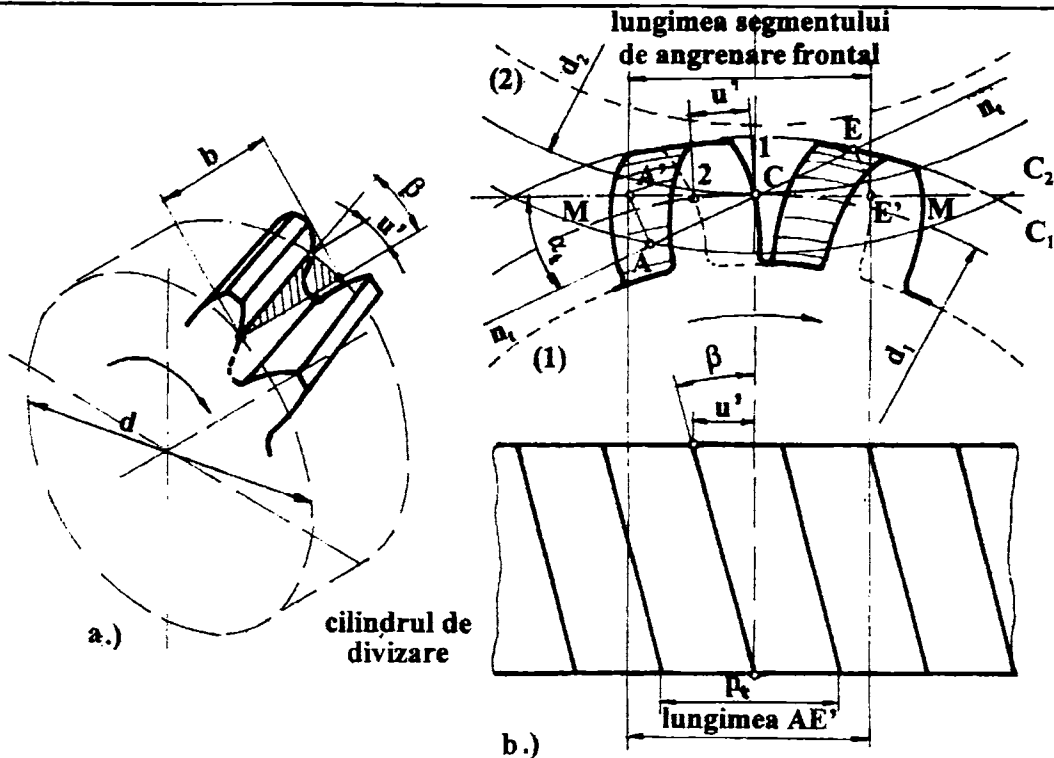
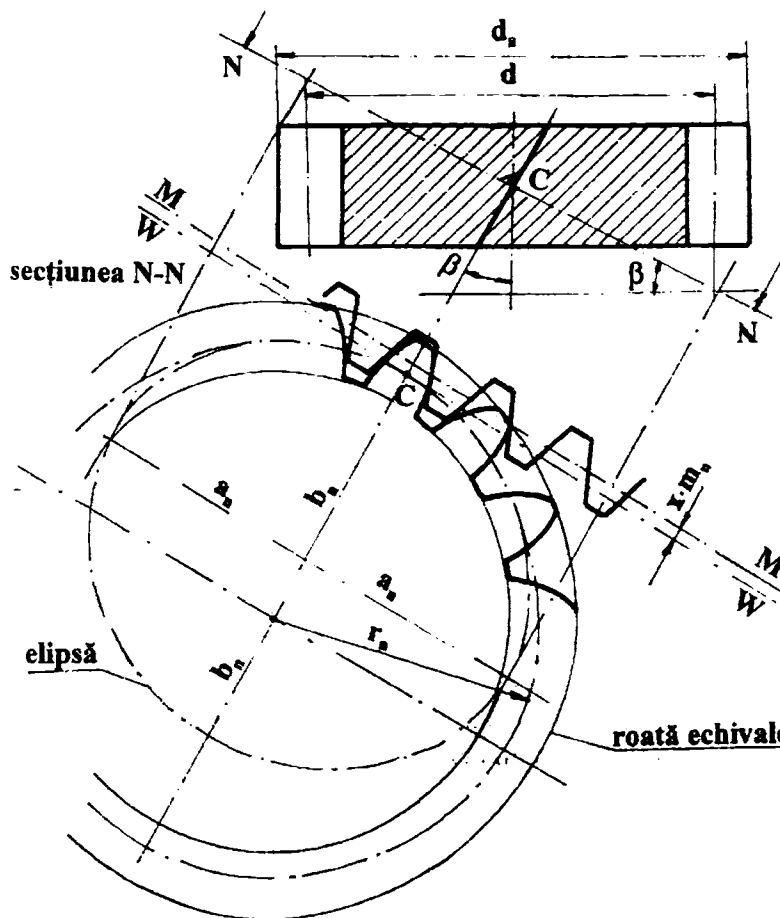


Fig. 2.51. a) Gradul de acoperire suplimentar; b) Mărimile de angrenare la roțile dințate cu dinți înclinați cu deplasare nulă.



Raza de curbură a elipsei în punctul C este:

$$r_n = \frac{a_n^2}{b_n} = \left(\frac{d}{2 \cos \beta} \right)^2 \cdot \frac{1}{\frac{d}{2}} = \frac{d}{2 \cos^2 \beta} \quad (2.143)$$

Cu raza de curbură obținută se va imagina o roată dințată cilindrică cu dinți drepți, numită roată echivalentă, având modulul egal cu modulul normal, iar numărul de dinți al roți echivalente se va determina din relația:

$$d_n = 2 r_n = \frac{d}{\cos^2 \beta} \quad (2.144)$$

sau

$$m_n z_n = \frac{m_n z}{\cos^3 \beta}$$

Fig. 2.52. Legătura între roata echivalentă (cilindrică cu dinți drepți) și roata cilindrică cu dinți înclinați.

de unde numărul de dinți al roții echivalente este:

$$z_n = \frac{z}{\cos^3 \beta} . \quad (2.145)$$

Ținând seama că roata echivalentă este cilindrică cu dinți drepi, numărul de dinți care se poate prelucra fără să apară subțierea este 17, iar numărul minim de dinți care se poate prelucra la o roată dințată cilindrică cu dinți înclinați este:

$$z_{\min} = 17 \cos^3 \beta . \quad (2.146)$$

Practic, cu o subțiere acceptabilă, numărul de dinți se poate admite:

$$z_{\min} = 14 \cos^3 \beta . \quad (2.147)$$

Pentru evitarea fenomenului de subțiere a dinților în cazul roților cilindrice cu dinți înclinați trebuie să se utilizeze deplasări de profil, a căror valoare se poate obține din figura 2.53. Pornind de la angrenarea în plan frontal dintre o cremalieră și o roată dințată cilindrică cu dinți înclinați (figura 2.53) se poate scrie:

$$h_a \leq x m_n + r \sin^2 \alpha_t ,$$

sau

$$h_a^* m_n \leq x m_n + \frac{m_n z}{2 \cos \beta} \sin^2 \alpha_t ,$$

de unde

$$z \geq \frac{2 \cos \beta}{\sin^2 \alpha_t} (h_a^* - x) . \quad (2.148)$$

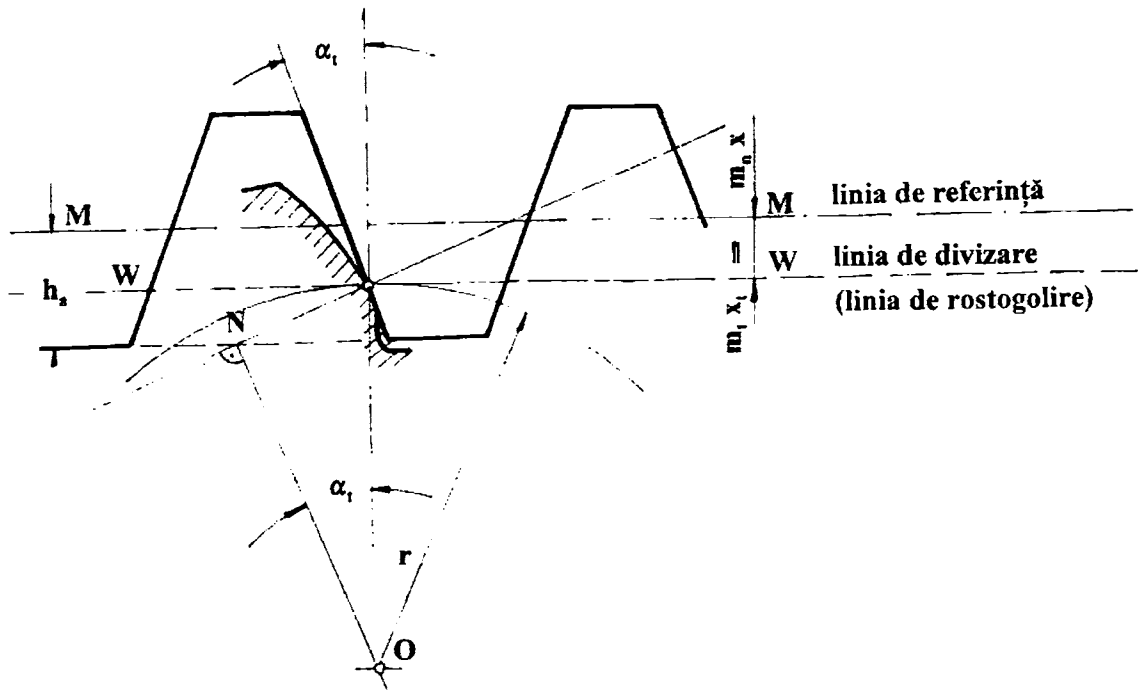


Fig. 2.53. Angrenarea roții dințate cilindrice cu dinți înclinați cu cremaliera, în plan frontal.

Ținând seama de relația (2.121), relația (2.148) devine:

$$z = \frac{2 \cos^3 \beta}{\tan^2 \alpha_n} (h_a^* - x) \left(1 + \frac{\tan^2 \alpha_n}{\cos^2 \beta} \right) . \quad (2.149)$$

Dacă se admite $\cos^2 \beta \approx 1$, atunci din relația (2.149) se poate obține:

$$z \approx \frac{2}{\sin^2 \alpha_n} (h_a^* - x) \cos^3 \beta . \quad (2.150)$$

Din relația (2.150) se poate determina deplasarea specifică de profil pentru evitarea subțierii:

$$x = \frac{\sin^2 \alpha_n}{2} \left(z_{\min} - \frac{z}{\cos^3 \beta} \right), \quad (2.151)$$

unde

$$z_{\min} = \frac{2 h_a^*}{\sin^2 \alpha_n}.$$

În cazul când se ia în considerare și zona de racordare a cremalierii:

$$x \geq \frac{2 \cos \beta [h_{a0} - \rho_{a0}(1 - \sin \alpha_n)] - z m_n \sin^2 \alpha_t}{2 m_n \cos \beta},$$

unde pentru profil standardizat al cremalierii

$$h_{a0} = 1,25 m_n \quad \text{și} \quad \rho_{a0} = 0,38 m_n.$$

Deplasările specifice de profil în cazul angrenajelor cilindrice cu dinți înclinați se aleg, din figura 2.33, sau se stabilesc cu relațiile (2.89) și (2.90) în funcție de numerele de dinți a roților echivalente:

$$z_{n1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} \quad \text{și} \quad z_{n2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta}.$$

Exemplul de calcul 2.3

Să se calculeze dimensiunile geometrice ale unui angrenaj cilindric cu dinți înclinați cunoscând modulul normal $m_n = 2,5 \text{ mm}$, numerele de dinți $z_1 = 19$ și $z_2 = 60$, iar unghiul de înclinare a dinților $\beta = 15^\circ$.

Rezolvarea

Diametrele de divizare:

$$d_1 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_1 = \frac{2,5}{\cos 15^\circ} 19 = 49,175618 \text{ mm},$$

$$d_2 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_2 = \frac{2,5}{\cos 15^\circ} 60 = 155,29143 \text{ mm}.$$

Distanța axială elementară:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_n}{\cos \beta} \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{2,5}{\cos 15^\circ} \frac{19 + 60}{2} = 102,23352 \text{ mm}.$$

Se consideră distanța axială dată (standardizată) $a_w = 100 \text{ mm}$.

Unghiul de angrenare frontal:

$$\cos \alpha_{wt} = \frac{a}{a_{STAS}} \cos \alpha_t = \frac{102,23352}{100} \cos 20,646896^\circ = 0,9566718,$$

$$\alpha_{wt} = 16,3792707^\circ,$$

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{\tan 20^\circ}{\cos 15^\circ} = 0,3768097,$$

$$\alpha_t = 20,646896^\circ$$

$$\text{inv } \alpha_{wt} = \tan \alpha_{wt} - \alpha_{wt} = \tan 16,3792707^\circ - \frac{16,3792707^\circ}{180^\circ} \pi = 0,00890762,$$

$$\text{inv } \alpha_t = \tan \alpha_t - \alpha_t = \tan 20,646896^\circ - \frac{20,646896^\circ}{180^\circ} \pi = 0,0164533.$$

Exemplul de calcul 2.3

Suma deplasărilor specifice de profil:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= (\operatorname{inv} \alpha_{wt} - \operatorname{inv} \alpha_t) \frac{z_1 + z_2}{2 \tan \alpha_n} = (0,00890762 - 0,0164533) \frac{19 + 60}{2 \tan 20^\circ} = \\ &= -0,8188997 . \end{aligned}$$

Coefficientul de scurtare a înălțimii dintelui:

$$\begin{aligned} k &= x_1 + x_2 - \frac{z_1 + z_2}{2 \cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t - \cos \alpha_{wt}}{\cos \alpha_{wt}} = \\ &= -0,8188997 - \frac{16 + 60}{2 \cos 15^\circ} \cdot \frac{\cos 20,646869^\circ - \cos 16,9227907^\circ}{\cos 16,927907^\circ} = \\ &= 0,0745082 . \end{aligned}$$

Numerele de dinți ale roților dințate cilindrice cu dinți drepi echivalente:

$$z_{n1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{19}{\cos^3 15^\circ} = 21,082509 , \quad z_{n2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{60}{\cos^3 15^\circ} = 66,576345 .$$

Deplasarea specifică de profil la roata 1:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{x_1 + x_2}{2} + \left(0,5 - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) \frac{\lg \left(\frac{z_{n2}}{z_{n1}} \right)}{\lg \left(\frac{z_{n1} z_{n2}}{100} \right)} = \\ &= \frac{-0,8188997}{2} + \left(0,5 - \frac{-0,8188997}{2} \right) \frac{\lg \left(\frac{66,576}{21,082} \right)}{\lg \left(\frac{21,082 \cdot 66,576}{100} \right)} = \\ &= -0,0135594 . \end{aligned}$$

Deplasarea specifică de profil la roata 2:

$$x_2 = (x_1 + x_2) - x_1 = -0,8188997 - (-0,0135594) = -0,8053403 .$$

Verificarea roților dințate la interferența de subțaiere:

$$\begin{aligned} z_{1lim} &= \frac{2 \cos \beta}{\sin^2 \alpha_t} (h_a^* - x) = [1 - (-0,0135594)] \frac{2 \cos 15^\circ}{\sin^2 20,646896} = 15,7485086 , \\ z_1 &= 19 > z_{1lim} = 15,7485086 \quad \text{deci nu apare subțaierea ;} \\ z_{2lim} &= \frac{2 \cos \beta}{\sin^2 \alpha_t} (h_a^* - x) = [1 - (-0,8053403)] \frac{2 \cos 15^\circ}{\sin^2 20,646896} = 28,051061 , \\ z_2 &= 60 > z_{2lim} = 28,051061 \quad \text{deci nu apare subțaierea .} \end{aligned}$$

Diametrele cercurilor de cap:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} + 2 x_1 + 2 h_a^* - 2 k \right) = \\ &= 2,5 \left(\frac{19}{\cos 15^\circ} - 2 \cdot 0,0135594 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,0745082 \right) = \\ &= 53,73528 \text{ mm} , \\ d_{a2} &= m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} + 2 x_2 + 2 h_a^* - 2 k \right) = \\ &= 2,5 \left(\frac{60}{\cos 15^\circ} - 2 \cdot 0,8053403 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,0745082 \right) = \\ &= 155,89018 \text{ mm} . \end{aligned}$$

Diametrele cercurilor de picior:

$$\begin{aligned} d_{\Pi} &= m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} + 2x_1 - 2h_a^* - 2c^* \right) = \\ &= 2,5 \left(\frac{19}{\cos 15^\circ} - 2 \cdot 0,0135594 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,25 \right) = \\ &= 42,857821 \text{ mm} , \\ d_{\Pi} &= m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} + 2x_2 - 2h_a^* - 2c^* \right) = \\ &= 2,5 \left(\frac{60}{\cos 15^\circ} - 2 \cdot 0,8053403 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,25 \right) = \\ &= 145,01473 \text{ mm} . \end{aligned}$$

Diametrele cercurilor de rostogolire:

$$\begin{aligned} d_{w1} &= \frac{m_n}{\cos \beta} z_1 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{2,5}{\cos 15^\circ} 19 \frac{\cos 20,646896^\circ}{\cos 16,927907^\circ} = 48,101267 \text{ mm} , \\ d_{w2} &= \frac{m_n}{\cos \beta} z_2 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{2,5}{\cos 15^\circ} 60 \frac{\cos 20,646896^\circ}{\cos 16,927907^\circ} = 151,89874 \text{ mm} . \end{aligned}$$

Diametrele cercurilor de bază:

$$\begin{aligned} d_{b1} &= d_{w1} \cos \alpha_{wt} = 48,101267 \cdot \cos 16,927907^\circ = 46,01712 \text{ mm} , \\ d_{b2} &= d_{w2} \cos \alpha_{wt} = 151,89874 \cdot \cos 16,927907^\circ = 145,31725 \text{ mm} . \end{aligned}$$

Înălțimea dintelui:

$$h = m_n (2h_a^* + c^* - k) = 2,5 (2 \cdot 1 + 0,25 - 0,0745082) = 5,4387295 \text{ mm} .$$

Verificări:

$$\begin{aligned} a_{STAS} &= \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = \frac{48,101267 + 151,89874}{2} = 100 \text{ mm} , \\ h &= \frac{d_{a1} - d_{\Pi}}{2} = \frac{53,73528 - 42,857821}{2} = 5,438795 \text{ mm} , \\ h &= \frac{d_{a2} - d_{\Pi}}{2} = \frac{53,89218 - 145,01473}{2} = 5,438725 \text{ mm} . \end{aligned}$$

Gradul de acoperire:

$$\cos \alpha_{at1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \frac{46,01713}{53,73528} = 0,8563671 \Rightarrow \alpha_{at1} = 31,088896^\circ ,$$

$$\tan \alpha_{at1} = \tan 31,088896^\circ = 0,6029742 ,$$

$$\cos \alpha_{at2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \frac{145,31725}{155,89218} = 0,9321651 \Rightarrow \alpha_{at2} = 21,22513^\circ ,$$

$$\tan \alpha_{at2} = \tan 21,22513^\circ = 0,3883791 ,$$

$$\tan \alpha_{wt} = \tan 16,927907^\circ = 0,3043553 ,$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{z_1}{2\pi} \left[(\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_{wt}) + \frac{z_2}{z_1} (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_{wt}) \right] = \\ &= \frac{19}{2\pi} \left[(0,6029742 - 0,3043553) + \frac{60}{19} (0,3883791 - 0,3043553) \right] = \\ &= 1,705375 , \end{aligned}$$

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \sin \beta^\circ}{\pi m_n} = \frac{37,5 \sin 15^\circ}{\pi \cdot 2,5} = 1,2357699 ,$$

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = 1,705375 + 1,2357699 = 2,9411449 .$$

2.17.5. Calculul de rezistență al angrenajelor cilindrice cu dinți înclinați

2.17.5.1. Calculul forțelor

Așa cum s-a arătat, sarcina de la un dinte la celălalt se transmite pe direcția normalei comune.

Ținând seamă de sensul de rotație al roții 1 (roata motoare), asupra dintelui (figura 2.54), în planul normal N-N, acționează forța normală F_{bn1} , care se descompune în forța radială F_{r1} și forța tangențială normală F_{tn1} . Descompunând forța tangențială normală, se obține forța tangențială F_{t1} și forța axială F_{a1} .

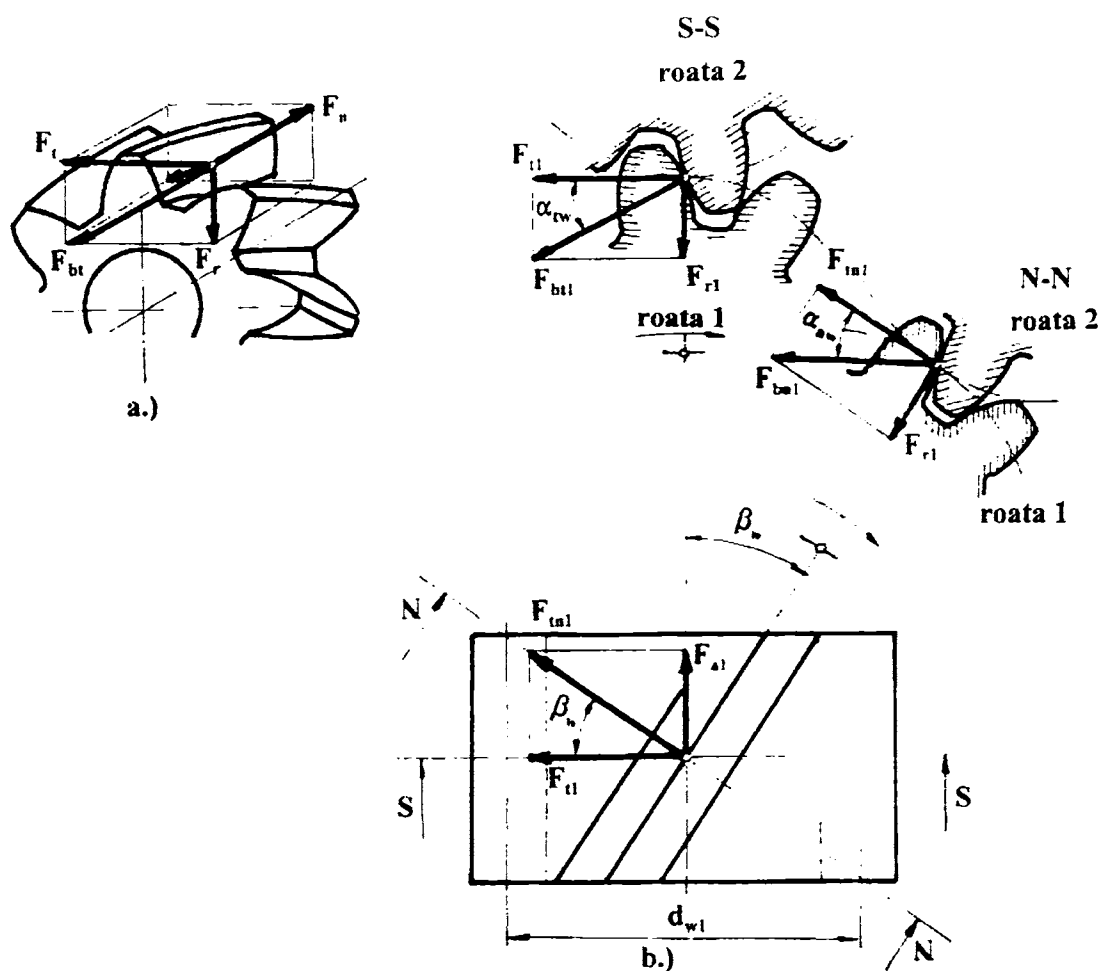


Fig. 2.54. Forțele în angrenajul cilindric cu dinți înclinați.

Forța tangențială:

$$F_{t1,2} = \frac{2 T_{1,2}}{d_{w1,2}}, \quad (2.152)$$

unde $T_{1,2}$ este momentul de torsiune, în Nmm;
 $d_{w1,2}$ - diametrul cercului de rostogolire, în mm.

Forța radială:

$$F_{r1,2} = F_{t1,2} \tan \alpha_{wt}. \quad (2.153)$$

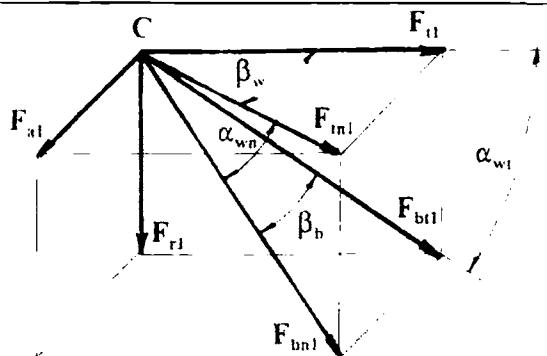


Fig. 2.55. Forța normală în angrenajul cilindric cu dinți înclinați.

Forța axială:

$$F_{a1,2} = F_{t1,2} \tan \beta_w = F_{t1,2} \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} \tan \beta \quad (2.154)$$

Forța normală (figura 2.55):

$$F_{bn1,2} = \frac{F_{t1,2}}{\cos \alpha_{wn} \cos \beta_w} = \frac{F_{t1,2}}{\cos \alpha_{wt} \cos \beta_b} \quad (2.155)$$

Pentru angrenajul cu deplasări specifice de profil $x_1 = -x_2$ și $x_1 = x_2 = 0$, $\alpha_{wt} = \alpha_t$, $d_{w1,2} = d_{1,2}$.

În cazul angrenajelor cilindrice cu dinți înclinați apar forțe axiale care necesită un reazem special.

Pentru anularea forțelor axiale se folosesc angrenaje cilindrice cu înclinare dublă (figura 2.48, b) sau cu dantură în V (figura 2.48, c).

2.17.5.2. Stabilirea sensurilor forțelor axiale într-un reductor cilindric cu două trepte de reducere

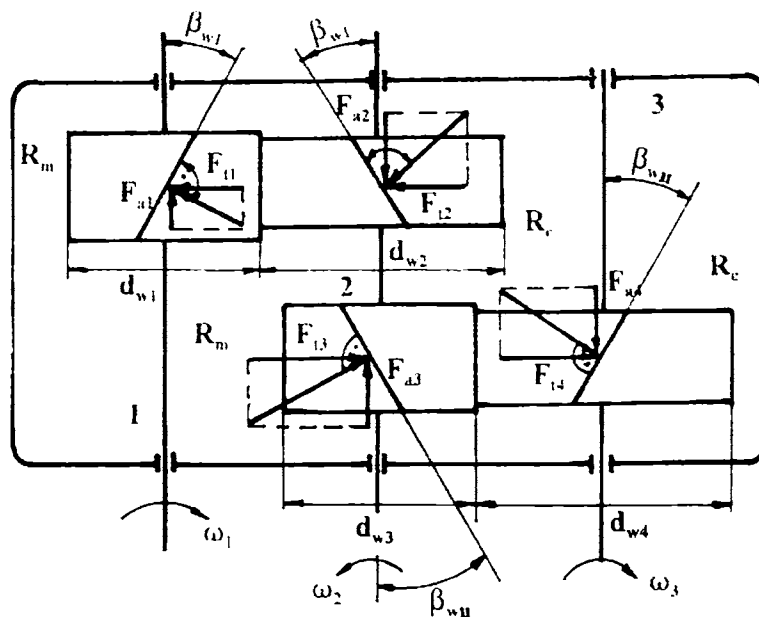


Fig. 2.56. Sensurile forțelor în angrenajele cilindrice cu dinți înclinați, într-un reductor cu două trepte de reducere.

Pentru reductorul prezentat în figura 2.56 se consideră dat sensul de rotație pe arborele 1 și se cere ca pe arborele 2 (intermediar) forța axială rezultantă să aibă valoare minimă.

Forța axială rezultantă pe arborele 2 este:

$$F_a = F_{a2} - F_{a3} = \frac{2T_2}{d_{w2}} \tan \beta_{wI} - \frac{2T_2}{d_{w3}} \tan \beta_{wII}$$

Pentru $F_a = 0$ se obține următoarea relație de legătură între elementele geometrice:

$$\frac{d_{w3}}{d_{w2}} = \frac{\tan \beta_{wII}}{\tan \beta_{wI}} \quad (2.156)$$

Din figura 2.56 rezultă că pe roata motoare R_m forța tangențială F_t frânează mișcarea, iar pe roata condusă R_c ajută mișcarea.

2.17.5.3. Calculul modului la solicitarea de încovoiere

Efortul unitar la solicitarea de încovoiere, în piciorul dintelui, se calculează cu relația (2.96) unde modulul se înlocuiește cu modulul normal. Pentru a ține seama de înclinarea dinților se introduce un factor Y_β , iar relația (2.96) se transformă astfel:

$$\sigma_{F0} = \frac{F_{t1}}{b m_n} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon Y_\beta, \quad (2.157)$$

unde $Y_\beta = 1 - \frac{\beta^0}{120^0} \geq 0,75$ este factorul înclinării dintelui pentru solicitarea de încovoiere.

Pentru a lua în considerare condițiile de funcționare și erorile de execuție (precizia de execuție) relația (2.157) se modifică astfel:

$$\sigma_F = \sigma_{F0} K_A K_V K_{F\beta} K_{Fa} \leq \sigma_{FP}. \quad (2.158)$$

Valorile factorilor K_A , K_V , $K_{F\beta}$, K_{Fa} și efortul unitar admisibil la solicitarea de încovoiere σ_{FP} se stabilesc ca la roțile dințate cilindrice cu dinți drepți.

Prin înlocuirea relației (2.157) în relația (2.158) se poate determina modulul normal:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2 T_1 \cos \beta Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon Y_\beta}{\left(\frac{b}{m_n}\right) z_1} \cdot \frac{\cos \alpha_{wt}}{\cos \alpha_t} \cdot \frac{K_A K_V K_{F\beta} K_{Fa}}{\sigma_{FP}}} \quad (2.159)$$

Pentru predimensionarea angrenajului se admit valorile $x_1 = x_2 = 0$, $\alpha_{wt} = \alpha_t$, $K_A = 1$, $K_V = 1,2$, $K_{F\beta} = 1,25$, $K_{Fa} = 1$, $Y_\epsilon = 1$, $Y_\beta = 1$ și relația (2.159) devine:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{3 T_1 \cos \beta Y_{Fa} Y_{Sa}}{\left(\frac{b}{m_n}\right) z_1 \sigma_{FP}}} \quad (2.160)$$

Raportul $\left(\frac{b}{m_n}\right)$ se va alege din tabelul 2.8.

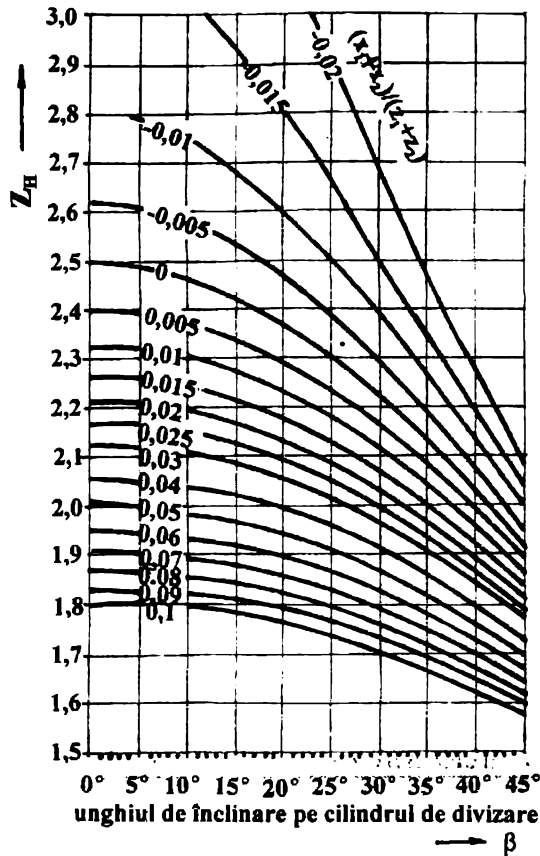
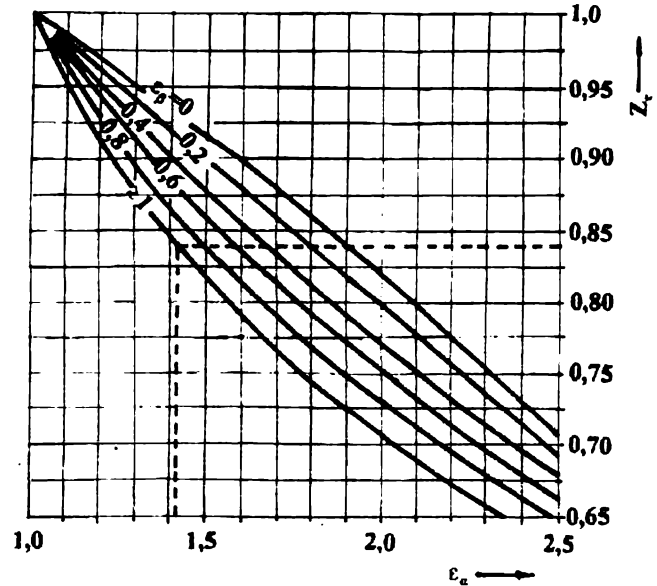
Factorii Y_{Fa} și Y_{Sa} se vor lua din diagramele arătate în figurile 2.36 și 2.37 în funcție de numărul de dinți ai roții echivalente $z_{n1,2} = \frac{z_{1,2}}{\cos^3 \beta}$.

2.17.5.4. Calculul modului la solicitarea de presiune de contact

Efortul unitar la solicitarea de presiune de contact pentru angrenajele cilindrice cu dinți înclinați se exprimă ținând seamă de relația (2.108), stabilită pentru angrenajele cilindrice cu dinți drepți, care se modifică prin introducerea factorului de înclinare al dinților astfel:

$$\sigma_{H0} = Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{2 T_1}{b d_1^2} \cdot \frac{u+1}{u}}, \quad (2.161)$$

unde $Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_b}{\cos^2 \alpha_t \tan \alpha_{wt}}}$ este factorul zonei de contact (figura 2.57);


 Fig. 2.57. Factorul zonei de contact Z_H .

 Fig. 2.58. Factorul gradului de acoperire Z_e .

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}} \quad \text{- factorul de elasticitate (tabelul 2.7);}$$

$$Z_e = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_\alpha}} \quad \text{pentru } \epsilon_\beta \geq 1 \text{ sau}$$

$$Z_e = \sqrt{\frac{4 - \epsilon_\alpha (1 - \epsilon_\beta) + \frac{\epsilon_\beta}{\epsilon_\alpha}}{3}} \quad \text{pentru } \epsilon_\beta < 1 \text{ - factorul gradului de acoperire (figura 2.58);}$$

$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta} \quad \text{- factorul înclinării dinților.}$$

Ținând seama de condițiilor de funcționare și erorile de execuție (clasa de precizie) ale angrenajului, efortul unitar pentru solicitarea la presiune de contact devine:

$$\sigma_H = \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP} \quad (2.162)$$

Factorii K_A , K_V , $K_{H\beta}$, $K_{H\alpha}$ și presiunea de contact admisibilă σ_{HP} se determină ca la roțile dințate cilindrice cu dinți drepți.

Prin înlocuirea relației (2.161) în relația (2.162) se poate determina modulul pe baza solicitării de presiune de contact astfel:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2 T_1 \cos^2 \beta}{\left(\frac{b}{m_n} \right) z_1^2} \cdot \frac{u + 1}{u} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \left(\frac{Z_H Z_E Z_e Z_\beta}{\sigma_{HP}} \right)^2} \quad (2.163)$$

Pentru predimensionare se admit valorile medii pentru $K_A = 1$, $K_V = 1,2$, $K_{H\beta} = 1,5$, $K_{H\alpha} = 1$ și $Z_e = 1$, iar relația (2.163) devine:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{3,6 T_1 \cos^2 \beta}{\left(\frac{b}{m_n} \right) z_1^2} \cdot \frac{u + 1}{u} \left(\frac{Z_H Z_E Z_\beta}{\sigma_{HP}} \right)^2} \quad (2.164)$$

Exemplul de calcul 2.4

Să se calculeze modulul și să se dimensioneze angrenajul cilindric cu dinți înclinați cunoscând puterea pe roata motoare $P_1 = 17 \text{ kW}$, turația roții motoare $n_1 = 1500 \text{ rot/min}$, raportul de angrenare $u_{\text{STAS}} = 4,00$, materialul roților este oțel aliat de îmbunătățire 40 Cr 10, numărul de dinți $z_1 = 19$ și unghiul de înclinare a dinților $\beta = 12^\circ$.

Rezolvarea

Numărul de dinți ai roții conduse $z_2 = u_{\text{STAS}} \cdot z_1 = 4 \cdot 19 = 76$.

Momentul de torsiune pe roata 1 este:

$$T_1 = \frac{30}{\pi} 10^6 \frac{P_1}{n_1} = \frac{30}{\pi} 10^6 \frac{17}{1500} = 108225,3 \text{ N mm} .$$

$$\text{Factorul } \left(\frac{b}{m_n} \right) = 15 \text{ (tabelul 2.8).}$$

Factorul zonei de contact $Z_H = 2,45$ (figura 2.57).

$$\text{Factorul de material } Z_E = 190 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \text{ (tabelul 2.9).}$$

$$\text{Factorul înclinării dinților } Z_\beta = \sqrt{\cos \beta} = \sqrt{\cos 12^\circ} = 0,989 .$$

Presiunea de contact admisibilă este:

$$\sigma_{\text{HP}} = \frac{\sigma_{\text{Hlim}} Z_{\text{NT}}}{S_{\text{Hmin}}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X .$$

Pentru predimensionare se admit valorile $Z_{\text{NT}} = 1$, $Z_L = 1$, $Z_V = 1$, $Z_R = 1$, $Z_W = 1$, $Z_X = 1$ și $S_{\text{Hmin}} = 1,15$. Pentru 40 Cr 10 îmbunătățit $\sigma_{\text{Hlim}} = 900 \text{ N/mm}^2$ (tabelul 2.4)

$$\sigma_{\text{HP}} = \frac{\sigma_{\text{Hlim}}}{S_{\text{Hmin}}} = \frac{900}{1,15} = 782,609 \text{ N/mm}^2 .$$

Modulul normal al angrenajului, ținând seama de solicitarea la presiune de contact, se determină astfel:

$$\begin{aligned} m_n &\geq \sqrt[3]{3,6 \frac{T_1 \cos^2 \beta}{\left(\frac{b}{m_n} \right) z_1^2} \cdot \frac{u+1}{u} \left(\frac{Z_H Z_E Z_\beta}{\sigma_{\text{HP}}} \right)^2} = \\ &= \sqrt[3]{3,6 \frac{108225,3 \cdot 10^3 \cos^2 12^\circ}{15 \cdot 19^2} \cdot \frac{4+1}{4} \left(\frac{2,45 \cdot 190 \cdot 0,989}{782,609} \right)^2} \\ m_n &\geq 3,100 \text{ mm} . \end{aligned}$$

Se alege din STAS 822-82 $m_{\text{nSTAS}} = 3 \text{ mm}$.

Distanța axială elementară:

$$a = \frac{m_{\text{nSTAS}}}{\cos \beta} \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{3}{\cos 12^\circ} \cdot \frac{19 + 76}{2} = 145,68353 \text{ mm} .$$

Dacă se impune ca distanța dintre axe să fie standardizată, atunci din STAS 6055-82 se poate

observa că cele mai apropiate valori față de valoarea calculată sunt **140 mm** sau **160 mm**. Pentru ca valorile distanței axiale elementare **a** și a celei standardizate **a_{STAS}** să fie apropiate se schimbă numerele de dinți și, dacă este necesar, unghiul de înclinare, astfel încât rezistența angrenajului să crească. Astfel se aleg **z₁ = 20**, **z₂ = 81** și **β = 16°**. Pentru ca nu tot timpul aceeași dinți să vină în contact, se recomandă ca **z₂** să nu fie un multiplu întreg a lui **z₁** :

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{81}{20} = 4,05 .$$

Abaterea de la raportul standardizat:

$$\Delta u = \frac{u_{STAS} - u}{u_{STAS}} = \frac{4 - 4,05}{4} = -0,0125 ,$$

$$\Delta u\% = -1,25\% \in [-2\% ; 2\%] .$$

În această situație distanța axială elementară devine:

$$a = \frac{m_{nSTAS} (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} = \frac{3 (20 + 81)}{2 \cos 16^\circ} = 157,60536 \text{ mm} .$$

Distanța axială standardizată va fi **a_{STAS} = 160 mm**.

Diametrele de divizare:

$$d_1 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_1 = \frac{3}{\cos 16^\circ} 20 = 62,417966 \text{ mm} ,$$

$$d_2 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_2 = \frac{3}{\cos 16^\circ} 81 = 252,792763 \text{ mm} .$$

Unghiul de angrenare frontal:

$$\cos \alpha_{wt} = \frac{a}{a_{STAS}} \cos \alpha_t = \frac{157,60536}{160} \cos 20,7385571^\circ = 0,9212091 \Rightarrow \alpha_{wt} = 22,896511^\circ ,$$

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{\tan 20^\circ}{\cos 16^\circ} = 0,378638 \Rightarrow \alpha_t = 20,738571^\circ$$

$$\text{inv } \alpha_{wt} = \tan \alpha_{wt} - \alpha_{wt} = \tan 22,896511^\circ - \frac{22,896511^\circ}{180^\circ} \pi = 0,0227252 ,$$

$$\text{inv } \alpha_t = \tan \alpha_t - \alpha_t = \tan 20,738571^\circ - \frac{20,738571^\circ}{180^\circ} \pi = 0,0166816 .$$

Suma deplasărilor specifice:

$$x_1 + x_2 = (\text{inv } \alpha_{wt} - \text{inv } \alpha_t) \frac{z_1 + z_2}{2 \tan \alpha_n} = (0,0227252 - 0,0166816) \frac{20 + 81}{2 \tan 20^\circ} = 0,8702111 .$$

Numerele de dinți ale roților dințate cilindrice cu dinți drepi echivalente:

$$z_{n1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{20}{\cos^3 16^\circ} = 22,516717 , \quad z_{n2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{81}{\cos^3 16^\circ} = 91,192705 .$$

Deplasarea specifică la roata motoare 1, după metoda MAAG, este:

$$x_1 = \frac{x_1 + x_2}{2} + \left(0,5 - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) \frac{\lg \left(\frac{z_{n2}}{z_{n1}} \right)}{\lg \left(\frac{z_{n1} z_{n2}}{100} \right)} =$$

$$= \frac{0,8702111}{2} + \left(0,5 - \frac{0,8702111}{2} \right) \frac{\lg \left(\frac{91,192705}{22,516717} \right)}{\lg \left(\frac{22,516717 \cdot 91,192705}{100} \right)} = 0,4651409 .$$

Deplasarea specifică la roata condusă 2:

$$x_2 = (x_1 + x_2) - x_1 = 0,8702000 - 0,4651409 = 0,4050701$$

Exemplul de calcul 2.4

Coeficientul de scurtare a înălțimii dintelui:

$$\begin{aligned}k &= x_1 + x_2 - \frac{z_1 + z_2}{2 \cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t - \cos \alpha_{wt}}{\cos \alpha_{wt}} = \\&= 0,8702111 - \frac{20 + 81}{2 \cos 16^\circ} \cdot \frac{\cos 20,738571^\circ - \cos 22,896511^\circ}{\cos 22,896511^\circ} = \\&= 0,0719974 .\end{aligned}$$

Verificarea roților dințate la interferența de subțaiere:

$$\begin{aligned}z_{1lim} &= \frac{2 \cos \beta}{\sin^2 \alpha_t} (h_a^* - x_1) = \frac{2 \cos 16^\circ}{\sin^2 20,738571} (1 - 0,4651409) = 8,200647 , \\z_1 &= 20 > z_{1lim} = 8,2006474 \text{ deci nu apare subțaierea ;} \\z_{2lim} &= \frac{2 \cos \beta}{\sin^2 \alpha_t} (h_a^* - x_2) = \frac{2 \cos 16^\circ}{\sin^2 20,738571} (1 - 0,4050701) = 9,121674 , \\z_2 &= 81 > z_{2lim} = 9,121674 \text{ deci nu apare subțaierea .}\end{aligned}$$

Diametrele cercurilor de cap:

$$\begin{aligned}d_{a1} &= m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} + 2 x_1 + 2 h_a^* - 2 k \right) = \\&= 3 \left(\frac{20}{\cos 16^\circ} + 2 \cdot 0,4651409 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,0719974 \right) = 70,776828 \text{ mm} , \\d_{a2} &= m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} + 2 x_2 + 2 h_a^* - 2 k \right) = \\&= 3 \left(\frac{81}{\cos 16^\circ} + 2 \cdot 0,4050701 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,0719974 \right) = 260,7912 \text{ mm} .\end{aligned}$$

Diametrele cercurilor de picior:

$$\begin{aligned}d_f &= m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} + 2 x_1 - 2 h_a^* - 2 c^* \right) = \\&= 3 \left(\frac{20}{\cos 16^\circ} + 2 \cdot 0,4651409 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,25 \right) = 57,708839 \text{ mm} , \\d_{f2} &= m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} + 2 x_2 - 2 h_a^* - 2 c^* \right) = \\&= 3 \left(\frac{81}{\cos 16^\circ} + 2 \cdot 0,4050701 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,25 \right) = 247,72318 \text{ mm} .\end{aligned}$$

Diametrele cercurilor de rostogolire:

$$\begin{aligned}d_{w1} &= \frac{m_n}{\cos \beta} z_1 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{3}{\cos 16^\circ} 20 \frac{\cos 20,738571^\circ}{\cos 22,896511^\circ} = 63,366338 \text{ mm} , \\d_{w2} &= \frac{m_n}{\cos \beta} z_2 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{3}{\cos 16^\circ} 81 \frac{\cos 20,738571^\circ}{\cos 22,896511^\circ} = 256,63367 \text{ mm} .\end{aligned}$$

Diametrele cercurilor de bază:

$$\begin{aligned}d_{b1} &= d_{w1} \cos \alpha_{wt} = 63,366338 \cdot \cos 22,896511^\circ = 58,373647 \text{ mm} , \\d_{b2} &= d_{w2} \cos \alpha_{wt} = 256,63367 \cdot \cos 22,896511^\circ = 236,413272 \text{ mm} .\end{aligned}$$

Înălțimea dintelui:

$$h = m_n (2 h_a^* + c^* - k) = 3 (2 \cdot 1 + 0,25 - 0,0719974) = 6,5340078 \text{ mm} .$$

Verificări:

$$a_{STAS} = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = \frac{63,366338 + 256,63367}{2} = 160 \text{ mm} ,$$

$$h = \frac{d_{a1} - d_f}{2} = \frac{70,776828 - 57,708839}{2} = 6,5339945 \text{ mm} ,$$

$$h = \frac{d_{a2} - d_f}{2} = \frac{260,7912 - 247,72318}{2} = 6,53401 \text{ mm} .$$

Gradul de acoperire:

$$\cos \alpha_{at1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \frac{58,37348}{70,776828} = 0,8247564 \Rightarrow \alpha_{at1} = 34,436189^\circ ,$$

$$\tan \alpha_{at1} = \tan 34,436189^\circ = 0,6856424 ,$$

$$\cos \alpha_{at2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \frac{236,41327}{260,7912} = 0,9065231 \Rightarrow \alpha_{at2} = 24,970781^\circ ,$$

$$\tan \alpha_{at2} = \tan 24,970781^\circ = 0,4656869 ,$$

$$\tan \alpha_{wt} = \tan 22,896511^\circ = 0,4223447 ,$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} \left[(\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_{wt}) + \frac{z_2}{z_1} (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_{wt}) \right] =$$

$$= \frac{20}{2\pi} \left[(0,6856424 - 0,4223447) + \frac{81}{20} (0,4656869 - 0,4223447) \right] =$$

$$= 1,3968508 ,$$

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \sin \beta^\circ}{\pi m_n} = \frac{3 \cdot 15 \sin 16^\circ}{\pi \cdot 3} = 1,3160715 ,$$

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = 1,3968508 + 1,3160715 = 2,7129223 .$$

Verificarea danturii la solicitarea de încovoiere:

$$\sigma_F = \frac{2 T_1 K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}}{b m_n d_{w1}} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_e Y_\beta =$$

$$= \frac{2 \cdot 108225,3 \cdot 1,25 \cdot 1,05 \cdot 1,25 \cdot 1,1}{3 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 63,366} \cdot 3,7 \cdot 1,9 \cdot 0,787 \cdot 0,867 =$$

$$= 218,931 \text{ N/mm}^2 .$$

unde: $K_A = 1,25$ pentru motor electric - mașină unealtă cu șocuri medii (tabelul 2.1);

$K_{F\beta} = 1,25$ pentru clasa de precizie 7 - 8 (tabelul 2.2);

$K_{F\alpha} = 1,1$ pentru dinți înclinați, necăliți, clasa de precizie 8 (tabelul 2.3);

$K_V = 1,05$ din figura 2.39 pentru viteza periferică

$$V_1 = \frac{\pi d_{w1} n_1}{60 \cdot 1000} = \frac{\pi \cdot 63,366 \cdot 1500}{60 \cdot 1000} = 4,977 \text{ m/s} ;$$

$Y_{Fa} = 3,7$ factorul de formă a dintelui pentru $z_{a1} \approx 23$ și $x_1 = 0,465$ (figura 2.36);

$Y_{Sa} = 1,9$ factorul concentratorului de tensiune pentru $z_{a1} \approx 23$ și $x_1 = 0,465$ (figura 2.37);

$Y_e = 0,787$ factorul gradului de acoperire determinat cu relația:

$$Y_e = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_\alpha} = 0,25 + \frac{0,75}{1,397} = 0,787 ;$$

$Y_\beta = 0,867$ factorul înclinării danturii pentru solicitarea de încovoiere, determinat cu relația:

$$Y_\beta = 1 - \frac{\beta}{120^\circ} = 1 - \frac{16^\circ}{120^\circ} = 0,867 .$$

Efortul unitar admisibil pentru solicitarea de încovoiere:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT}}{S_{Fmin}} Y_{\delta relT} Y_{R relT} Y_X = = \frac{260 \cdot 2 \cdot 1}{1,7} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 305,882 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} ,$$

Exemplul de calcul 2.4

unde $\sigma_{Fmin} = 260 \text{ N/mm}^2$ pentru 40 Cr 10 îmbunătățit (tabelul 2.4)

$Y_{ST} = 2$ factorul de corectare a efortului unitar;

$Y_{NT} = 1$ pentru $N_L = 60 \text{ nL}_h \geq 3 \cdot 10^6$ (tabelul 2.6);

$Y_{\delta relT} \approx 1$;

$Y_{R relT} \approx 1$;

$Y_X = 1$ (tabelul 2.7);

$S_{Fmin} = 1,7$.

Se poate observa că dintele rezistă la solicitarea de încovoiere deoarece:

$$\sigma_F = 218,931 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{FP} = 305,882 \text{ N/mm}^2$$

Verificarea danturii la solicitarea de presiune de contact:

$$\begin{aligned} \sigma_H &= Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{2 T_1}{b d_1^2} \cdot \frac{u+1}{u}} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \\ &= 2,287 \cdot 190 \cdot 0,846 \cdot 0,980 \sqrt{\frac{2 \cdot 108225,3}{3 \cdot 15 \cdot 62,418^2} \cdot \frac{4,05+1}{4,05}} \sqrt{1,25 \cdot 1,05 \cdot 1,50 \cdot 1,10} \\ &= 658,123 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \end{aligned}$$

$$\text{unde } \cos \beta_b = \cos \beta \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_t} = \cos 16^\circ \frac{\cos 20^\circ}{\cos 20,738571} = 0,9658734 \Rightarrow \beta_b = 15,011588^\circ ;$$

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_b}{\cos^2 \alpha_t \tan \alpha_{wt}}} = \sqrt{\frac{2 \cos 15,011588^\circ}{\cos^2 20,738571^\circ \tan 22,896511^\circ}} = 2,287 ;$$

$$Z_E = 190 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \text{ (tabelul 2.9);}$$

$$Z_\epsilon = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1,397}} = 0,846 \text{ pentru } \epsilon_\beta \geq 1;$$

$K_{H\beta} = 1,50$ pentru clasa 7 - 8 de precizie (tabelul 2.2);

$K_{H\alpha} = 1,10$ pentru clasa 8 de precizie (tabelul 2.3).

Efortul unitar admisibil la presiune de contact este:

$$\begin{aligned} \sigma_{HP} &= \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT}}{S_{Hmin}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X = \\ &= \frac{900 \cdot 1,0}{1,15} 0,978 \cdot 0,964 \cdot 0,839 \cdot 1,071 \cdot 1,0 = \\ &= 686,272 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \end{aligned}$$

unde $\sigma_{Hlim} = 900 \text{ N/mm}^2$ pentru 40 Cr 10 îmbunătățit (tabelul 2.4);

$Z_{NT} = 1,0$ pentru $N_L = 60 \text{ L}_h > 5 \cdot 10^7$ cicluri (tabelul 2.11);

$S_{Hmin} = 1,15$;

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4(1 - C_{ZL})}{\left(1,2 + \frac{134}{v_{40}}\right)^2} = 0,841 + \frac{4(1 - 0,841)}{\left(1,2 + \frac{134}{140}\right)^2} = 0,978 ,$$

$$C_{ZL} = \frac{\sigma_{Hlim} - 850}{350} 0,08 + 0,83 = \frac{900 - 850}{350} 0,08 + 0,83 = 0,841 .$$

Pentru ungerea angrenajului s-a ales din STAS 10588-76 un ulei TIN 82 EP cu vâscozitatea cinematică la 40°C $v_{40} = 140 \text{ mm}^2/\text{s}$.

$$Z_V = C_{ZV} + \frac{2(1 - C_{ZV})}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{V_1}}} = 0,861 + \frac{2(1 - 0,861)}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{4,977}}} = 0,964 ;$$

$$C_{ZV} = \frac{\sigma_{Hlim} - 850}{350} 0,08 + 0,85 = \frac{900 - 850}{350} 0,08 + 0,85 = 0,861 ;$$

$$V_1 = \frac{\pi d_{w1} n_1}{60 \cdot 1000} = \frac{\pi \cdot 63,366 \cdot 1500}{60 \cdot 1000} = 4,977 \text{ m/s} ;$$

$$Z_R = \left(\frac{3}{R_{Z100}} \right)^{C_{ZR}} = \left(\frac{3}{8,208} \right)^{0,14} = 0,869 ;$$

$$R_{Z100} = 3(R_{a1} + R_{a2}) \sqrt[3]{\frac{100}{a_{STAS}}} = 3(1,6 + 1,6) \sqrt[3]{\frac{100}{160}} = 8,208 ;$$

$$C_{ZR} = \frac{1000 - \sigma_{Hlim}}{5000} + 0,12 = \frac{1000 - 900}{5000} + 0,12 = 0,14 ;$$

$$Z_W = 1,2 - \frac{HB - 130}{1700} = 1,2 - \frac{350 - 130}{1700} = 1,071 ;$$

$Z_X = 1,0$ pentru oțel aliat de îmbunătățire (tabelul 2.12).

Se poate observa că dintele rezistă la solicitarea de presiune de contact deoarece:

$$\sigma_H = 658,123 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{HP} = 686,272 \text{ N/mm}^2 .$$

Calculul forțelor în angrenajul cilindric cu dinți înclinați este prezentat în continuare.

Forțele tangențiale

$$F_{t1} = \frac{2 T_1}{d_{w1}} = \frac{2 \cdot 108225,3}{63,366} = 3415,861 \text{ N} ;$$

$$F_{t2} = \frac{2 T_2}{d_{w2}} = \frac{2 \cdot 412013,72}{256,634} = 3210,909 \text{ N} ;$$

$$T_2 = \eta_t u T_1 = 0,94 \cdot \frac{81}{20} \cdot 108,225 = 412,0137 \text{ Nm} .$$

Forțele radiale:

$$F_{r1} = F_{t1} \tan \alpha_{wt} = 3415,861 \cdot \tan 22,896511^\circ = 1442,671 \text{ N} ;$$

$$F_{r2} = F_{t2} \tan \alpha_{wt} = 3210,909 \cdot \tan 22,896511^\circ = 1356,084 \text{ N} .$$

Forțele axiale:

$$F_{a1} = F_{t1} \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} \tan \beta = 3415,861 \frac{\cos 20,738571^\circ}{\cos 22,896511^\circ} \tan 16^\circ = 994,365 \text{ N} ;$$

$$F_{a2} = F_{t2} \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} \tan \beta = 3210,909 \frac{\cos 20,738571^\circ}{\cos 22,896511^\circ} \tan 16^\circ = 934,7037 \text{ N} .$$

3. ANGRENAJE CU AXE CONCURENTE

3.1. Notiuni generale

Transmiterea mișcărilor și a sarcinii între două axe care se intersectează sub un unghi oarecare Σ se poate realiza cu ajutorul roților dințate conice cu dinți drepți (figura 3.1, a), înclinați (figura 3.1, b) sau curbi (figura 3.1, c).

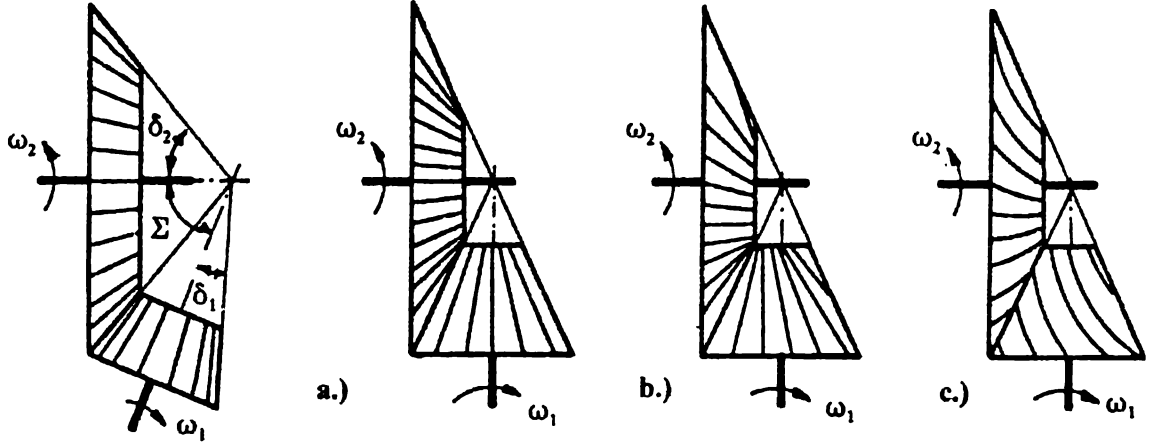


Fig. 3.1. Angrenaje conice: a) cu dinți drepți; b) cu dinți înclinați; c) cu dinți curbi.

Prin analogie cu angrenajele cilindrice, unde suprafețele de rostogolire sunt cilindrice (figura 1.1, a), la angrenajele conice cu axe concurente suprafețele de rostogolire sunt conice (figura 1.1, b). Unghiul dintre axe este:

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2, \quad (3.1)$$

unde δ_1 și δ_2 sunt semiunghiurile conurilor de rostogolire.

Din condiția de rostogolire pură a conurilor de rostogolire se poate scrie în punctul M (figura 3.2):

$$V_1 = V_2 \text{ deci } \omega_1 \frac{d_{m1}}{2} = \omega_2 \frac{d_{m2}}{2},$$

sau

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_{m2}}{d_{m1}} = \frac{2 R_m \sin \delta_2}{2 R_m \sin \delta_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}. \quad (3.2)$$

Ținând seama de relația (3.1) din (3.2) se poate obține:

$$\tan \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{i_{12} + \cos \Sigma}, \quad (3.3)$$

și

$$\tan \delta_2 = \frac{i_{12} \sin \Sigma}{1 + i_{12} \cos \Sigma}. \quad (3.4)$$

În cazul când $\Sigma = 90^\circ$ din (3.3) și (3.4) rezultă:

$$\tan \delta_1 = \frac{1}{i_{12}}, \quad (3.5)$$

și

$$\tan \delta_2 = i_{12} \cdot$$

(3.6)

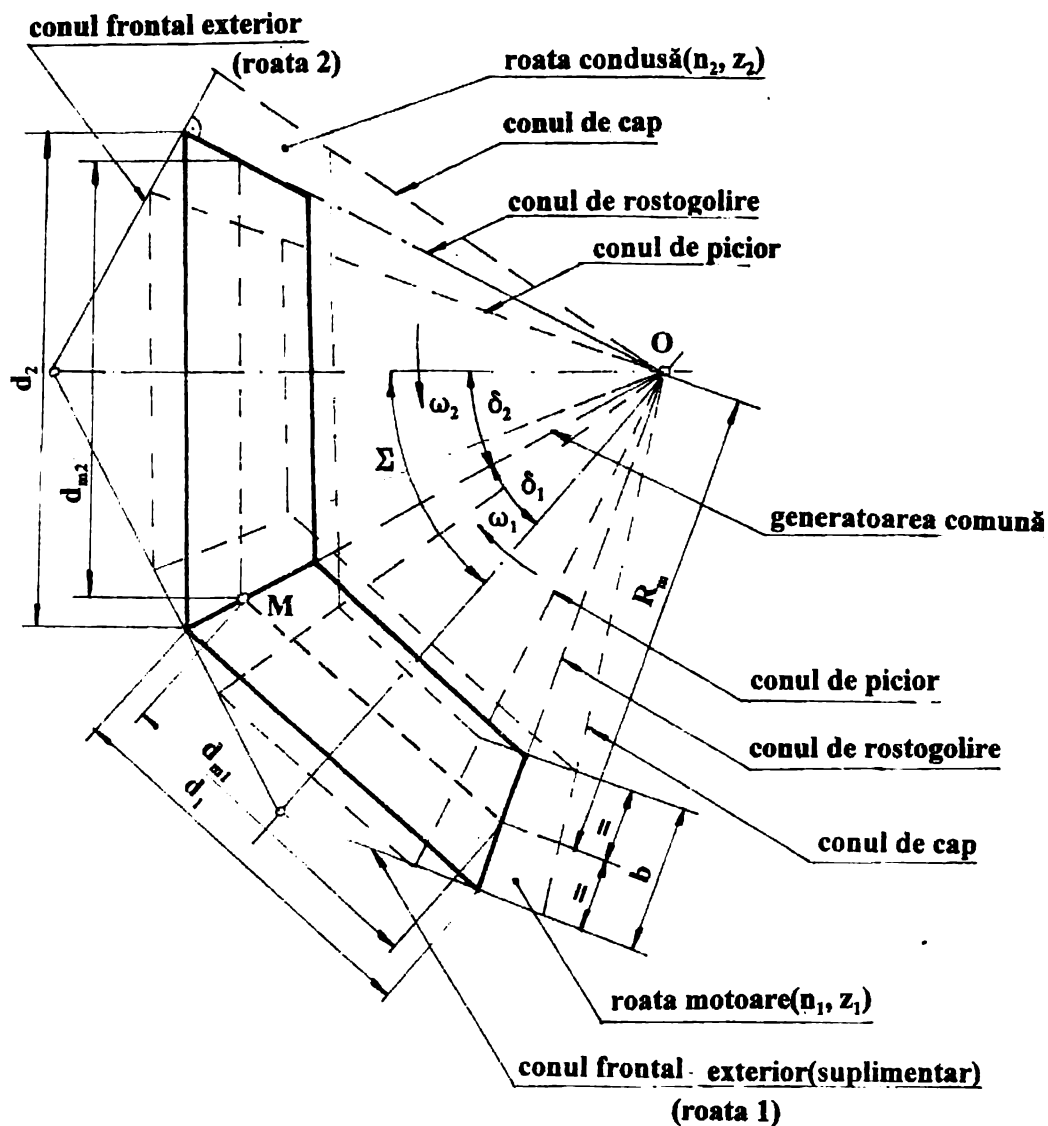


Fig. 3.2. Elemente geometrice ale angrenajului conic.

3.2. Generarea danturii roților conice

Flancurile dinților roților dințate conice se realizează asemănător cu flancurile dinților roților cilindrice. În loc ca planul P să se rostogolească pe un cilindru (figura 3.3, a) acesta se va roti în jurul unui ax care trece prin punctul O perpendicular pe planul P , realizându-se o rostogolire pură între acest plan și con (figura 3.3, b). Un punct Q al planului P , în procesul de rostogolire pură, va descrie pe suprafața sferei S o evolventă sferică. Unind punctele evolventei sferice cu vârful conului O , aflat în

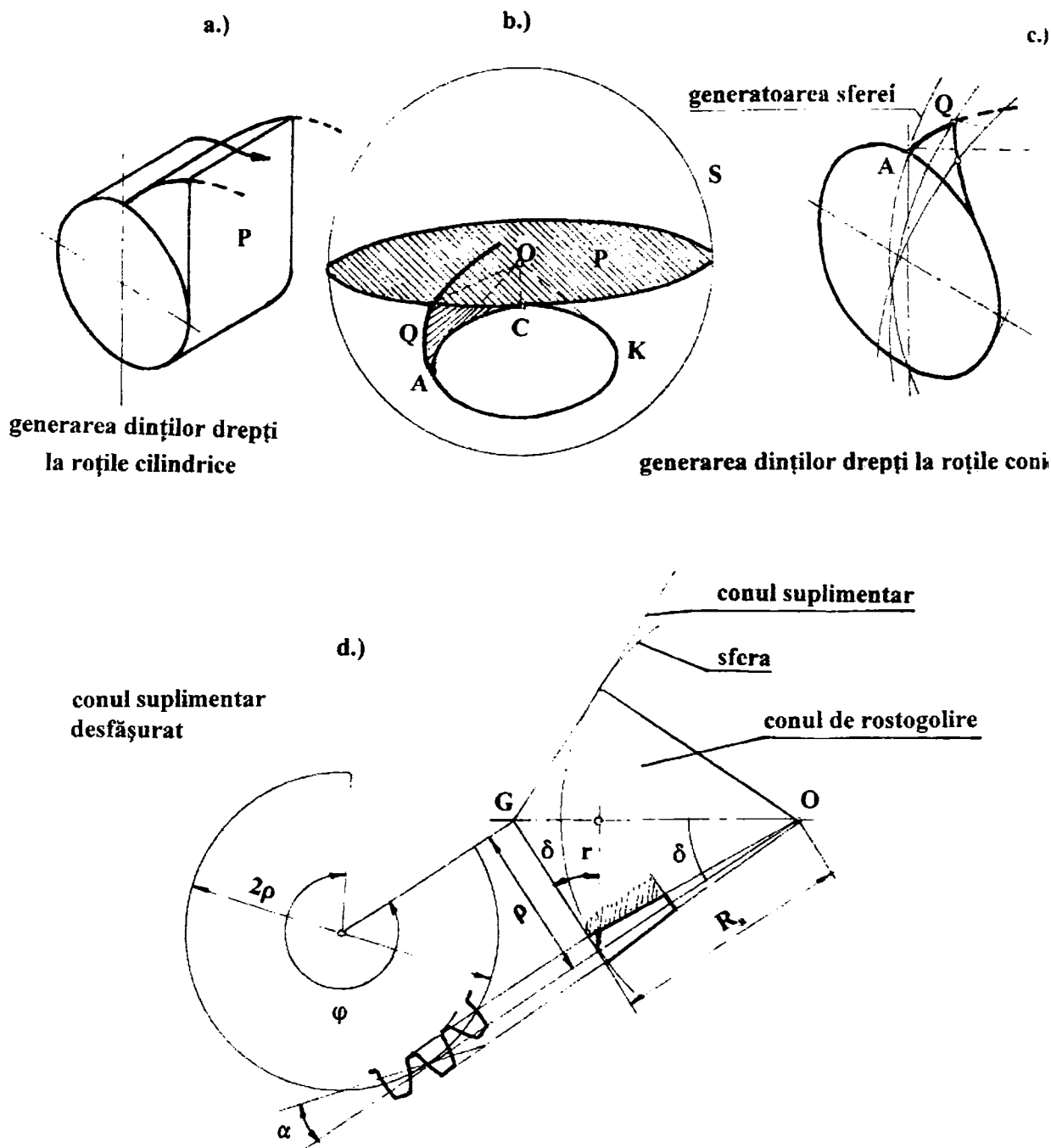


Fig. 3.3. Generarea dinților în cazul roților dințate conice cu dinți drepecți: a) generarea dinților la roțile dințate cilindrice cu dinți drepecți; b și c) generarea evolventei sferice; d) generarea dinților la roțile dințate conice cu dinți drepecți.

centrul sferei, se obține flancul unui dinte.

Realizarea evolventei sferice este dificilă, de aceea profilarea roților dințate conice se face pe conurile frontale exterioare (suplimentare) a căror axe coincid cu axele roților de prelucrat, iar generatoarele acestora sunt perpendiculare pe generatoarele conurilor de rostogolire.

Conul frontal exterior (suplimentar) poate fi desfășurat în plan (figura 3.3, c și d), obținându-se un sector de cerc cu raza și unghiul la centru:

$$\rho = \frac{r}{\cos \delta} \quad \text{și} \quad \varphi = \frac{2\pi r}{\rho}.$$

Pe desfășurată (figura 3.3, d) se trasează profilul evolventic și se reconstruiește apoi din nou conul frontal exterior (suplimentar). Punctele evolventei astfel obținute, de pe conul frontal exterior (suplimentar), se unesc prin linii drepte cu vârful conului **O**. Suprafața astfel obținută servește ca flanc pentru dintele roții conice.

În cazul când una din roțile conice are semiunghiul conului de rostogolire egal cu **90°** se obține roata plană (figura 3.4) care stă la baza generării (prelucrării) roților dințate conice.

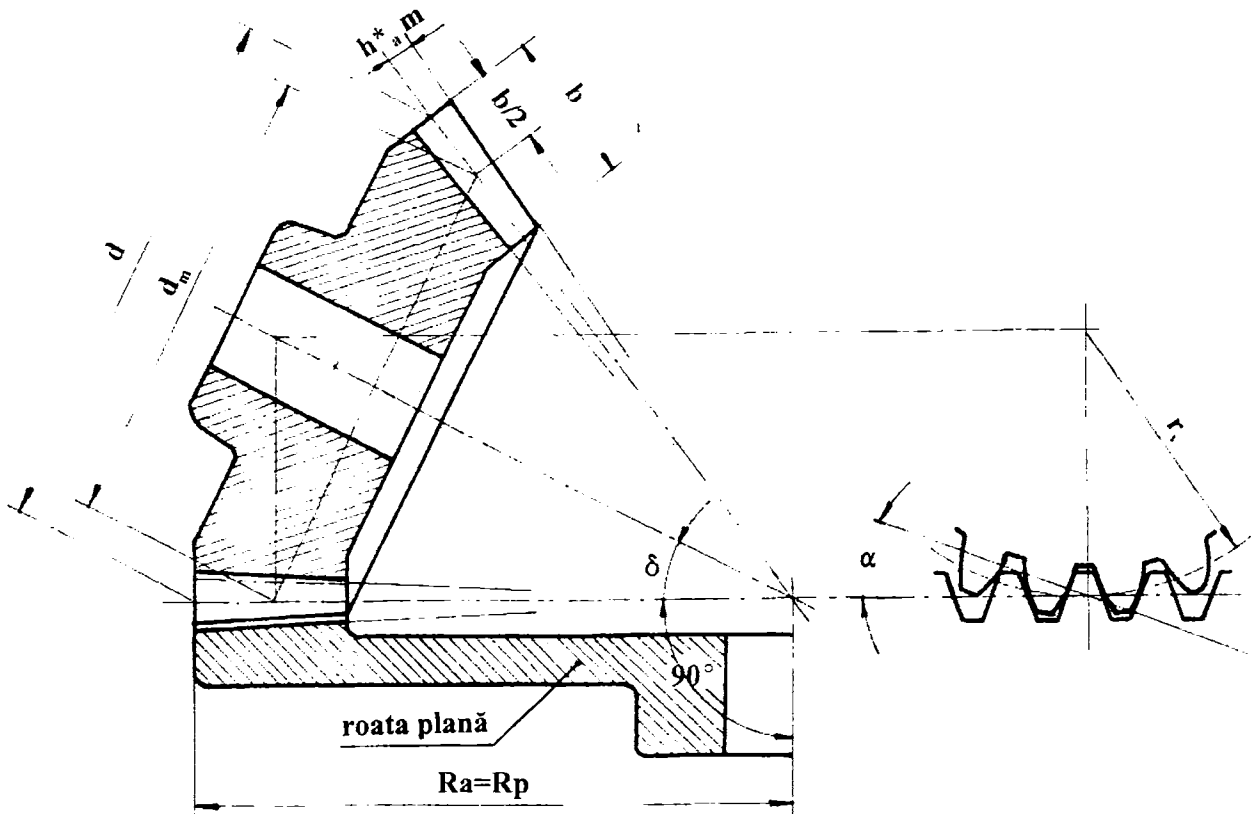


Fig. 3.4. Angrenajul roată dințată conică - roată plană.

Profilul de referință al roții plane, care stă la baza generării roților dințate conice, este prezentat în figura 3.5, unde:

$p_p = \pi m_p$ este pasul roții plane;

$s_p = \frac{\pi m_p}{2}$ - grosimea dintelui;

$e_p = \frac{\pi m_p}{2}$ - lățimea golului;

$h_p = 2 m_p + c_p$ - înălțimea dintelui;

$h_{ap} = m_p$ - înălțimea capului dintelui;

$h_{fp} = m_p + c_p$ - înălțimea piciorului dintelui;

$c_p = (0,1...0,3) m_p$ - jocul la cap;

ρ_{fp} - raza de racordare la piciorul dintelui.

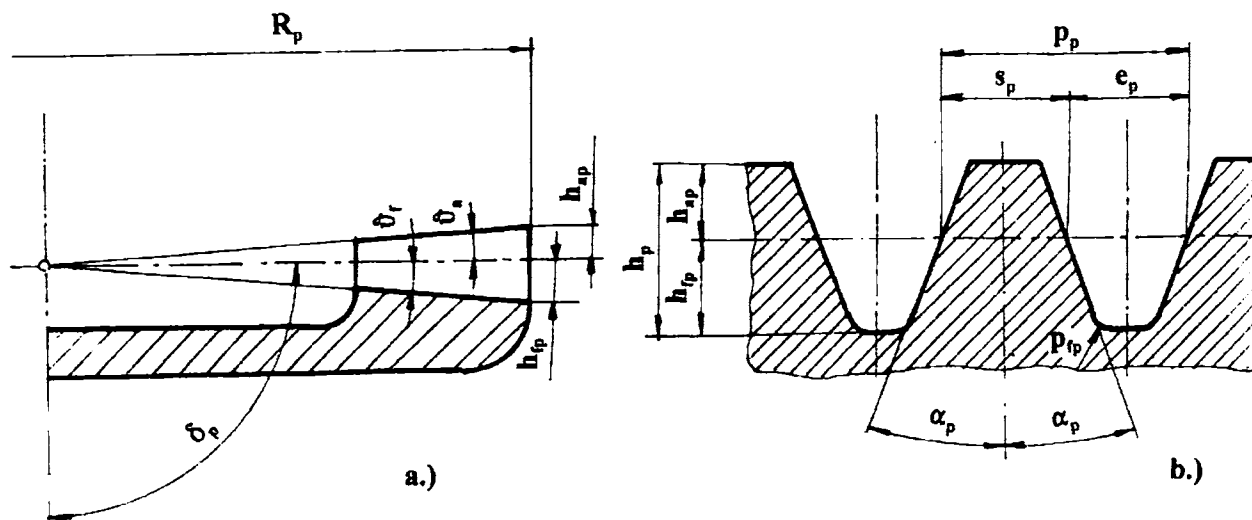


Fig. 3.5. Profilul de referință al roții plane.

3.3. Dimensiunile geometrice ale roților dințate conice cu dinți drepecți

Înălțimea dintelui, pasul și modulul la roțile dințate conice sunt variabile în lungul dintelui. Valorile acestora sunt maxime pe conul frontal (suplimentar) exterior. Modulul la roțile dințate conice cu dinți drepecți este standardizat pe conul frontal (suplimentar) exterior.

Dimensiunile roților dințate conice cu dinți drepecți se determină ținând seama de figura 3.6.

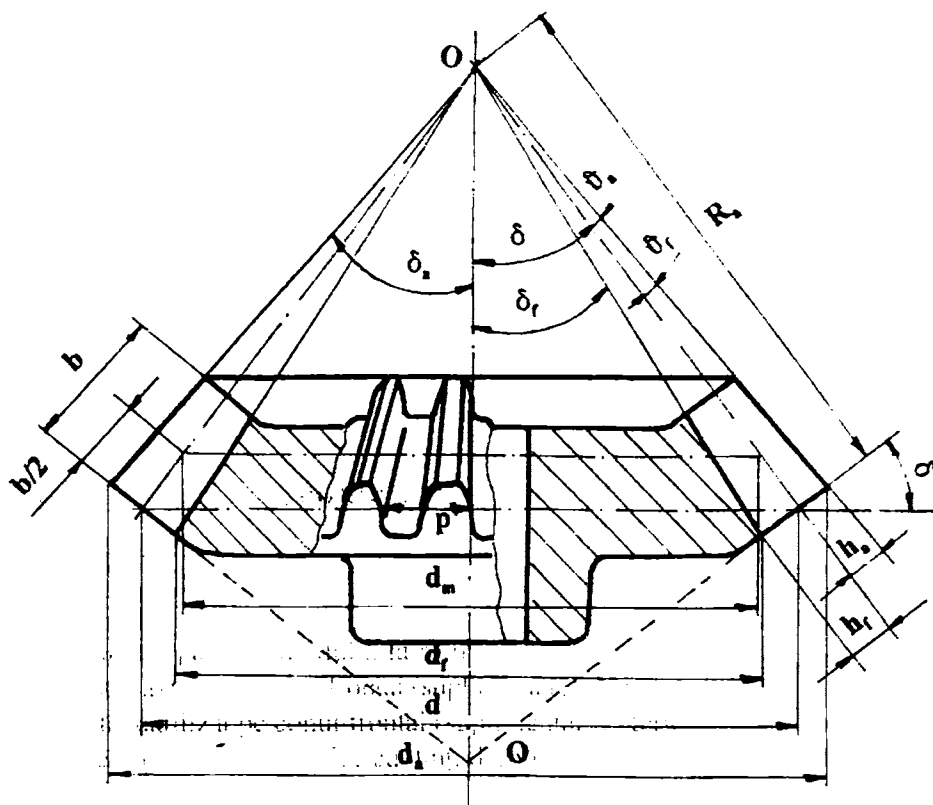


Fig. 3.6. Dimensiunile geometrice ale roții dințate conice cu dinți drepecți.

ANGRENAJE CU AXE CONCURENTE

Diametrul cercului de divizare:

$$d = m z .$$

Diametrul cercului de cap:

$$d_a = d + 2 h_a \cos \delta = m z + 2 h_a^* m \cos \delta = m (z + 2 h_a^* \cos \delta) . \quad (3.7)$$

Diametrul cercului de picior:

$$d_f = d - 2 h_f \cos \delta = m z - 2 (h_a^* m + c^* m) \cos \delta = m [z - 2 (h_a^* + c^*) \cos \delta] . \quad (3.8)$$

Înălțimea dintelui:

$$h = h_a + h_f = m h_a^* + m (h_a^* + c^*) = m (2 h_a^* + c^*) . \quad (3.9)$$

Celelalte dimensiuni geometrice ale angrenajului conic sunt date în tabelul 3.1.

Dimensiunile angrenajului conic cu dinți drepi

Tabelul 3.1.

Nr. crt.	Denumirea dimensiunii	Simbol	Angrenaje conice cu dinți drepi	
			Roți cu $x_1 = x_2 = 0$	Roți cu $x_1 = -x_2$
1.	Semiunghiurile conurilor de rostogolire	δ_1 δ_2	$\tan \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{i_{12} + \cos \Sigma} ; \tan \delta_2 = \frac{i_{12} \sin \Sigma}{1 + i_{12} \cos \Sigma} .$	
2.	Diametrele cercurilor de divizare	d_1 d_2	$d_1 = m z_1 ; d_2 = m z_2 .$	
3.	Înălțimea capului dintelui	h_{a1} h_{a2}	$h_{a1} = h_a^* m ;$ $h_{a2} = h_a^* m .$	$h_{a1} = m (h_a^* + x_1) ;$ $h_{a2} = m (h_a^* + x_2) .$
4.	Înălțimea piciorului dintelui	h_{f1} h_{f2}	$h_{f1} = m (h_a^* + c^*) ;$ $h_{f2} = m (h_a^* + c^*) .$	$h_{f1} = m (h_a^* + c^* + x_1) ;$ $h_{f2} = m (h_a^* + c^* + x_2) .$
5.	Diametrele cercurilor de cap	d_{a1} d_{a2}	$d_{a1} = d_1 + 2 h_{a1} \cos \delta_1 ;$ $d_{a2} = d_2 + 2 h_{a2} \cos \delta_2 .$	
6.	Diametrele cercurilor de picior	d_{f1} d_{f2}	$d_{f1} = d_1 + 2 h_{f1} \cos \delta_1 ;$ $d_{f2} = d_2 + 2 h_{f2} \cos \delta_2 .$	
7.	Lungimea generatoarei conului de rostogolire	R_a	$R_a = \frac{d_1}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_2}{2 \sin \delta_2}$	
8.	Unghiurile capului dintelui	ϑ_{a1} ϑ_{a2}	$\tan \vartheta_{a1} = \frac{h_{a1}}{R_a} ; \tan \vartheta_{a2} = \frac{h_{a2}}{R_a} .$	
9.	Unghiurile piciorului dintelui	ϑ_{f1} ϑ_{f2}	$\tan \vartheta_{f1} = \frac{h_{f1}}{R_a} ; \tan \vartheta_{f2} = \frac{h_{f2}}{R_a} .$	
10.	Semiunghiurile conurilor de cap	δ_{a1} δ_{a2}	$\delta_{a1} = \delta_1 + \vartheta_{a1} ; \delta_{a2} = \delta_2 + \vartheta_{a2} .$	
11.	Semiunghiurile conurilor de picior	δ_{f1} δ_{f2}	$\delta_{f1} = \delta_1 - \vartheta_{f1} ; \delta_{f2} = \delta_2 - \vartheta_{f2} .$	

Obs: În STAS 6844-80 se recomandă $h_a^* = 1, c^* = 0,25$.

3.4. Roțile echivalente pentru angrenajul conic cu dinți drepți

Pentru determinarea gradului de acoperire, a numărului minim de dinți fără să apară subțiere și simplificarea calculelor de rezistență, angrenajul conic cu dinți drepți se înlocuiește cu un angrenaj cilindric echivalent compus din două roți dințate cilindrice cu dinți drepți numite roți echivalente (figura 3.7). Roțile cilindrice cu dinți drepți echivalente au razele cercurilor de rostogolire egale cu segmentele CO_1 , respectiv CO_2 , obținute prin intersecția cu axele roților a unei perpendiculare în C pe generatoarea conului de rostogolire OC.

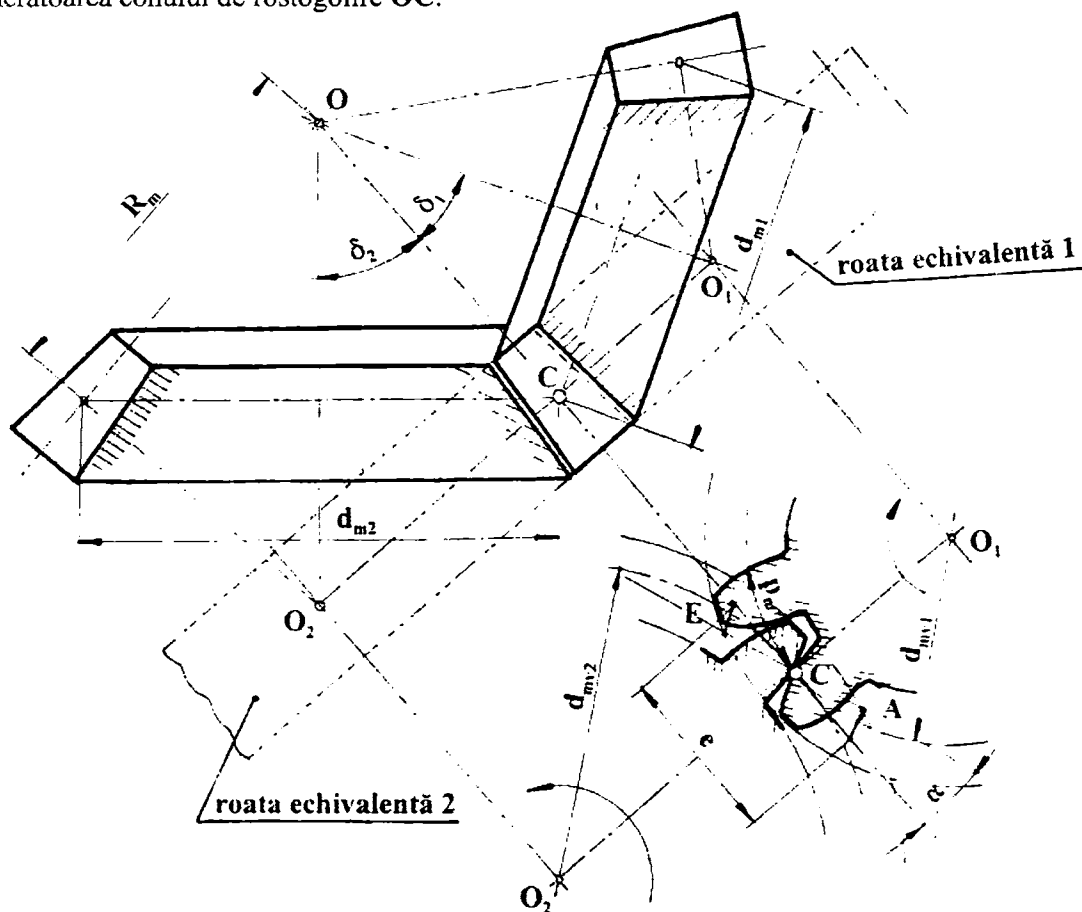


Fig. 3.7. Angrenajul cilindric echivalent.

Modulul roții echivalente m_v se ia egal cu modulul mediu m_m al roții conice, adică $m_v = m_m$. Din figura 3.7 rezultă că roțile dințate cilindrice cu dinți drepți, echivalente, au centrele în O_1 și O_2 .

Diametrele cercurilor de rostogolire ale roților echivalente se obțin, conform figurii 3.7, astfel:

$$d_{vm1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1}, \quad d_{vm2} = \frac{d_{m2}}{\cos \delta_2}, \quad (3.10)$$

sau

$$d_{vm1} = m_v z_{v1}, \quad d_{vm2} = m_v z_{v2}, \quad (3.11)$$

și

$$d_{m1} = m_m z_1, \quad d_{m2} = m_m z_2. \quad (3.12)$$

Din relațiile (3.10), (3.11) și (3.12) rezultă:

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}, \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}. \quad (3.13)$$

Numărul minim de dinți care se poate executa la roțile dințate conice cu dinți drepecți, fără să apară subțaierea este:

$$z_{\min 1} = 17 \cos \delta_1. \quad (3.14)$$

Practic, dacă se admite o mică subțaiere:

$$z_{\min 1} = 14 \cos \delta_1. \quad (3.15)$$

Diametrele cercurilor de cap a roților echivalente sunt:

$$d_{vma1} = d_{vm1} + 2 h_a^* m_m = m_m \left(\frac{z_1}{\cos \delta_1} + 2 h_a^* \right), \quad (3.16)$$

și

$$d_{vma2} = d_{vm2} + 2 h_a^* m_m = m_m \left(\frac{z_2}{\cos \delta_2} + 2 h_a^* \right). \quad (3.17)$$

3.5. Determinarea gradului de acoperire

Gradul de acoperire în cazul angrenajelor conice cu dinți drepecți se determină, ținând seama de roțile dințate cilindrice cu dinți drepecți echivalente, astfel:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{z_{v1}}{2\pi} \left[(\tan \alpha_{va1} - \tan \alpha) + u_v (\tan \alpha_{va2} - \tan \alpha) \right] \quad (3.18)$$

unde

$$u_v = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} = \frac{z_2 \cos \delta_1}{z_1 \cos \delta_2} = u^2 = \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^2,$$

$$\cos \alpha_{va1/2} = \frac{d_{vmb1,2}}{d_{vma1,2}} = \frac{d_{vm1,2} \cos \alpha}{d_{vm1,2} + 2 h_a^* m_m} = \frac{z_{1,2} \cos \alpha}{z_{1,2} + 2 h_a^* \cos \delta_{1,2}}. \quad (3.19)$$

3.6. Calculul de rezistență al angrenajelor conice cu dinți drepți

3.6.1. Calculul forțelor

Forțele care apar în angrenajul conic cu dinți drepți, în timpul transmiterii sarcinii, se pot determina din figura 3.8.

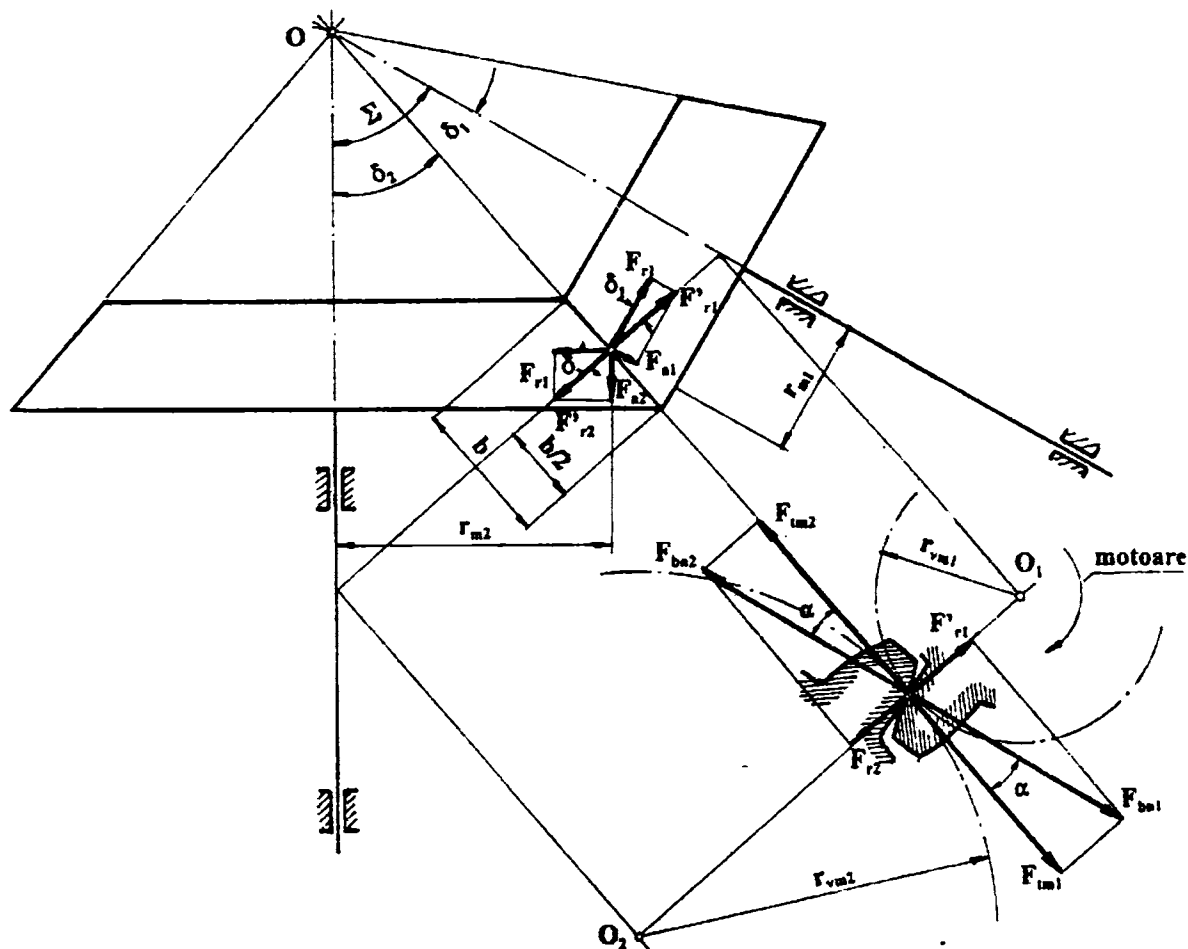


Fig. 3.8. Forțele în angrenajul conic cu dinți drepți.

Forțele tangențiale:

$$F_{tm1} = \frac{2 T_1}{d_{m1}} \quad \text{și} \quad F_{tm2} = \frac{2 T_2}{d_{m2}}, \quad (3.20)$$

unde T_1 și T_2 sunt momentele de torsiune pe cele două roți, în Nmm;
 $d_{m1} = 2 r_{m1}$ și $d_{m2} = 2 r_{m2}$ - diametrele medii, în mm.

Forțele radiale:

$$\left. \begin{aligned} F_{r1} &= F'_{r1} \cos \delta_1 = F_{tm1} \tan \alpha \cos \delta_1, \\ F_{r2} &= F'_{r2} \cos \delta_2 = F_{tm2} \tan \alpha \cos \delta_2. \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

Forțele axiale:

$$\left. \begin{aligned} F_{a1} &= F'_{r1} \sin \delta_1 = F_{tm1} \tan \alpha \sin \delta_1, \\ F_{a2} &= F'_{r2} \sin \delta_2 = F_{tm2} \tan \alpha \sin \delta_2. \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

Forțele normale:

$$\left. \begin{aligned} F_{bn1} &= \frac{F_{tm1}}{\cos \alpha} \\ F_{bn2} &= \frac{F_{tm2}}{\cos \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

Considerând $\eta \approx 1$ rezultă $F_{tm1} = F_{tm2}$. Pentru $\Sigma = 90^\circ$, $F_{r1} = F_{a2}$ și $F_{r2} = F_{a1}$. Din figura 3.8 se poate observa că forțele axiale F_{a1} și F_{a2} sunt orientate întotdeauna spre baza mare a conului de divizare.

3.6.2. Stabilirea sensurilor forțelor axiale într-un reductor conico-cilindric

Ținând seama de sensurile de rotație arătate în figura 3.9, se urmărește ca pe arborele 2 forța

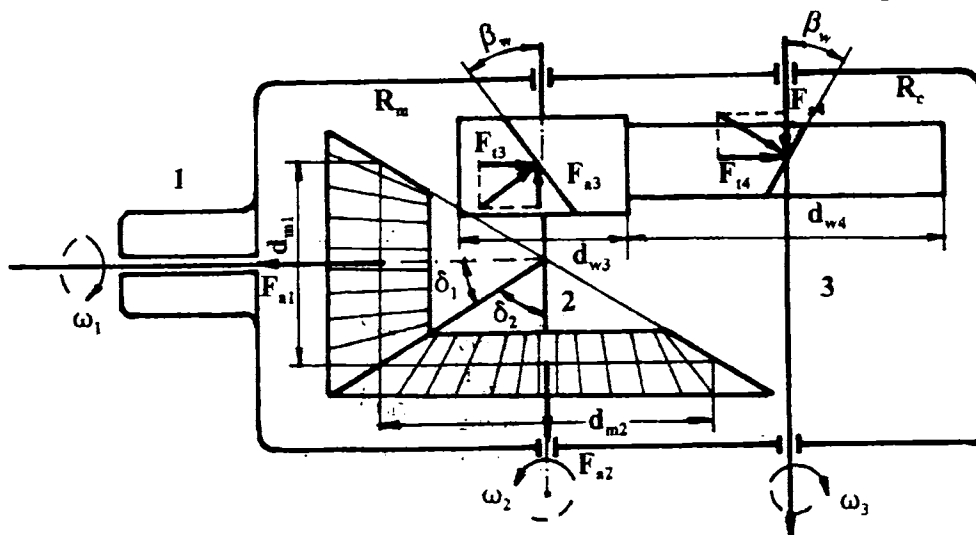


Fig. 3.9. Sensurile forțelor axiale într-un reductor conico-cilindric.

axială rezultantă să aibă o valoare minimă, adică:

$$F_a = F_{a2} - F_{a3} . \quad (3.24)$$

Dacă se pune condiția ca arborele 2 să fie descărcat axial, în cazul sensurilor de rotație arătate, între parametri geometrici trebuie să existe relația:

$$\frac{2 T_2}{d_{m2}} \tan \alpha \sin \delta_2 - \frac{2 T_2}{d_{w3}} \tan \beta_w = 0 , \quad (3.25)$$

sau

$$\frac{d_{w3}}{d_{m2}} = \frac{\tan \beta_w}{\tan \alpha \sin \delta_2} . \quad (3.26)$$

3.6.3. Calculul modului la solicitarea de încovoiere

Efortul unitar la solicitarea de încovoiere se determină în mod asemănător ca la roțile dințate cilindrice cu dinți drepecți, transcriind relația (2.97) pentru roata echivalentă:

$$\sigma_F = \frac{2 T_1}{m_v^2 z_1 b} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{ev} \leq \sigma_{FP} . \quad (3.27)$$

Calculul de rezistență al angrenajelor conice cu dinți drepți

Din relația (3.27) se poate obține modulul roții echivalente egal cu modulul mediu de la roata conică:

$$m_v = m_m = \sqrt[3]{\frac{2 T_1 K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{ev}}{\left(\frac{b}{m_m}\right) z_1 \sigma_{FP}}} \quad (3.28)$$

În relațiile (3.27) și (3.28) coeficienții K_A , K_V , $K_{F\beta}$, $K_{F\alpha}$, Y_{Sa} și Y_{ev} se stabilesc ca și la roțile dințate cilindrice cu dinți drepți, ținând seama de numărul de dinți ai roții echivalente:

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} \quad \text{și} \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}$$

Pentru predimensionare se admit valorile $K_A = 1$, $K_V = 1,2$, $K_{F\beta} = 1,25$, $K_{F\alpha} = 1$ și $Y_{ev} = 1$, iar relația (3.28) devine:

$$m_m = \sqrt[3]{3 \frac{T_1}{\left(\frac{b}{m_m}\right) z_1} \cdot \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{\sigma_{FP}}} \quad (3.29)$$

3.6.4. Calculul modulului la solicitarea de presiune de contact

Pentru calculul presiunii de contact dintre dinți în polul angrenării C se utilizează relația (2.109), stabilită la roțile dințate cilindrice cu dinți drepți, care se transcrie pentru angrenajul echivalent:

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_{ev} \sqrt{\frac{2 T_1 K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}{d_{m1}^2} \cdot \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u}} \leq \sigma_{HP} \quad (3.30)$$

Din relația (3.30) se poate obține pentru calculul modulului relația:

$$m_v = m_m = \sqrt[3]{\frac{2 T_1 K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}{\left(\frac{b}{m_m}\right) z_1^2} \cdot \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u} \left(\frac{Z_H Z_E Z_{ev}}{\sigma_{HP}}\right)^2} \quad (3.31)$$

În relațiile (3.30) și (3.31) coeficienții K_A , K_V , $K_{H\beta}$, $K_{H\alpha}$, Z_H , Z_E și Z_{ev} se stabilesc ca la roțile dințate cilindrice cu dinți drepți, ținând seama de numărul de dinți echivalenți:

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} \quad \text{și} \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}$$

Pentru predimensionare se admit $K_A = 1$, $K_V = 1,2$, $K_{H\beta} = 1,5$, $K_{H\alpha} = 1$ și $Z_{ev} = 1$, iar relația (3.31) devine:

$$m_m = \sqrt[3]{3,6 \frac{T_1}{\left(\frac{b}{m_m}\right) z_1^2} \cdot \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u} \left(\frac{Z_H Z_E}{\sigma_{HP}}\right)^2} \quad (3.32)$$

Modulul mediu se calculează cu relația (3.29) sau cu relația (3.32), ținând seamă de materialele din care sunt executate roțile, apoi se determină modulul pe conul frontal exterior (figura 3.6) astfel :

$$d = d_m + 2 \frac{b}{2} \sin \delta$$

sau

$$m = m_m + \frac{b}{z} \sin \delta \quad (3.33)$$

, Valoarea modulului obținut din relația (3.33) se standardizează și cu această valoare se calculează dimensiunile geometrice ale angrenajului conic cu dinți drepiți, utilizând relațiile din tabelul 3.1.

Exemplul de calcul 3.1

Să se calculeze angrenajul conic cu dinți drepiți cunoscând puterea pe arborele roții motoare **1** $P_1 = 10 \text{ kW}$, turația roții motoare **1** $n_1 = 1100 \text{ rot/min}$, raportul de angrenare $u_{STAS} = 2,8$, materialul roților dințate OLC 60 îmbunătățit, unghiul dintre axe $\Sigma = 90^\circ$, numărul de dinți la roata **1** $z_1 = 17$

Rezolvarea

Numărul de dinți ai roții conduse $z_2 = u_{STAS} z_1 = 2,8 \cdot 17 = 47,6 \approx 48$

Raportul de angrenare real:

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{48}{17} = 2,824 .$$

Abaterea de la raportul standardizat:

$$\Delta u = \frac{u_{STAS} - u}{u_{STAS}} = \frac{2,8 - 2,824}{2,8} = -0,0084 ,$$

$$\Delta u\% = -0,84\% \in [-2\% ; 2\%] .$$

Momentul de torsiune pe roata 1, este:

$$T_1 = \frac{30}{\pi} 10^6 \frac{P_1}{n_1} = \frac{30}{\pi} 10^6 \frac{10}{1100} = 86811,787 \text{ Nmm} .$$

Factorul $\left(\frac{b}{m_m} \right) = 12$ (tabelul 2.8).

Factorul zonei de contact $Z_H = 2,50$ (figura 2.57).

Factorul de material $Z_E = 190 \sqrt{\frac{N}{\text{mm}^2}}$ (tabelul 2.9).

Presiunea de contact admisibilă este:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT}}{S_{Hmin}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X .$$

Pentru predimensionare se admit valorile $Z_{NT} = 1$, $Z_L \approx 1$, $Z_V \approx 1$, $Z_R \approx 1$, $Z_W \approx 1$, $Z_X \approx 1$ și $S_{Hmin} = 1,15$. Pentru OLC 60 îmbunătățit $\sigma_{Hlim} = 620 \text{ N/mm}^2$ (tabelul 2.4), deci

$$\sigma_{HP} = \frac{620 \cdot 1}{1,15} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 539,130 \text{ N/mm}^2 .$$

Modulul mediu al angrenajului conic, pentru solicitarea la presiune de contact, este:

$$m_m = \sqrt[3]{3,6 \frac{T_1}{\left(\frac{b}{m_m} \right) z_1^2} \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u} \left(\frac{Z_H Z_E}{\sigma_{HP}} \right)^2}$$

$$= \sqrt[3]{3,6 \frac{86811,787}{12 \cdot 17^2} \frac{\sqrt{2,824^2 + 1}}{2,824} \left(\frac{2,5 \cdot 190}{539,130} \right)^2}$$

$$m_m = 4,202 \text{ mm} .$$

Exemplul de calcul 3.1

Modulul pe conul frontal exterior:

$$m = m_m + \frac{b}{z_1} \sin \delta_1 = 4,202301 + \frac{12 \cdot 4,202301}{17} \sin 19,502449^\circ = 5,192602 \text{ mm} ,$$

$$\tan \delta_1 = \frac{1}{u} = \frac{1}{2,8235294} = 0,3541666 \Rightarrow \delta_1 = 19,502449^\circ .$$

Se adoptă din STAS 822-82 $m_{STAS} = 5 \text{ mm}$.

Diametrele de divizare:

$$d_1 = m_{STAS} z_1 = 5 \cdot 17 = 85 \text{ mm} ,$$

$$d_2 = m_{STAS} z_2 = 5 \cdot 48 = 240 \text{ mm} .$$

Semiunghiurile conurilor de divizare:

$$\tan \delta_1 = \frac{1}{u} = \frac{1}{2,8235294} = 0,3541666 \Rightarrow \delta_1 = 19,502449^\circ ,$$

$$\tan \delta_2 = u = 2,8235294 \Rightarrow \delta_2 = 70,497551^\circ .$$

Verificări:

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 19,502449^\circ + 70,497551^\circ = 90^\circ ,$$

$$R_a = \frac{d_1}{2 \sin \delta_1} = \frac{85}{2 \sin 19,502449^\circ} = 127,30377 \text{ mm} ,$$

$$R_a = \frac{d_2}{2 \sin \delta_2} = \frac{240}{2 \sin 70,497551^\circ} = 127,30377 \text{ mm} .$$

Înălțimea capului dintelui:

$$h_{a1} = h_a^* m_{STAS} = 1 \cdot 5 = 5 \text{ mm} ,$$

$$h_{a2} = h_a^* m_{STAS} = 1 \cdot 5 = 5 \text{ mm} .$$

Înălțimea piciorului dintelui:

$$h_{f1} = (h_a^* + c^*) m_{STAS} = (1 + 0,25) \cdot 5 = 6,25 \text{ mm} ,$$

$$h_{f2} = (h_a^* + c^*) m_{STAS} = (1 + 0,25) \cdot 5 = 6,25 \text{ mm} .$$

Diametrele cercurilor de cap:

$$d_{a1} = d_1 + 2 h_{a1} \cos \delta_1 = 85 + 2 \cdot 5 \cdot \cos 19,502449^\circ = 94,426272 \text{ mm} ,$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 h_{a2} \cos \delta_2 = 240 + 2 \cdot 5 \cdot \cos 70,497551^\circ = 243,33847 \text{ mm} .$$

Diametrele cercurilor de picior:

$$d_{f1} = d_1 - 2 h_{f1} \cos \delta_1 = 85 - 2 \cdot 6,25 \cdot \cos 19,502449^\circ = 73,21716 \text{ mm} ,$$

$$d_{f2} = d_2 - 2 h_{f2} \cos \delta_2 = 240 - 2 \cdot 6,25 \cdot \cos 70,497551^\circ = 245,82691 \text{ mm} .$$

Înălțimea dintelui pe conul frontal exterior:

$$h_1 = h_{a1} + h_{f1} = 5 + 6,25 = 11,25 \text{ mm} ,$$

$$h_2 = h_{a2} + h_{f2} = 5 + 6,25 = 11,25 \text{ mm} .$$

Unghiurile capului dintelui:

$$\tan \vartheta_{a1} = \frac{h_{a1}}{R_a} = \frac{5}{127,30377} = 0,0392761 \Rightarrow \vartheta_{a1} = 2,2492007^\circ ,$$

$$\tan \vartheta_{a2} = \frac{h_{a2}}{R_a} = \frac{5}{127,30377} = 0,0392761 \Rightarrow \vartheta_{a2} = 2,2492007^\circ .$$

Unghiurile piciorului dintelui:

$$\tan \vartheta_{f1} = \frac{h_{f1}}{R_a} = \frac{6,25}{127,30377} = 0,0490951 \Rightarrow \vartheta_{f1} = 2,8106891^\circ ,$$

$$\tan \vartheta_{f2} = \frac{h_{f2}}{R_a} = \frac{6,25}{127,30377} = 0,0490951 \Rightarrow \vartheta_{f2} = 2,8106891^\circ .$$

Semiunghiurile conurilor de cap:

$$\begin{aligned}\delta_{a1} &= \delta_1 + \vartheta_{a1} = 19,502449^\circ + 2,2492007^\circ = 21,75165^\circ, \\ \delta_{a2} &= \delta_2 + \vartheta_{a2} = 70,497551^\circ + 2,2492007^\circ = 72,746752^\circ.\end{aligned}$$

Semiunghiurile conurilor de picior:

$$\begin{aligned}\delta_{\Pi} &= \delta_1 - \vartheta_{\Pi} = 19,502449^\circ - 2,8106891^\circ = 16,69176^\circ, \\ \delta_{\Pi} &= \delta_2 - \vartheta_{\Pi} = 70,497551^\circ - 2,8106891^\circ = 67,686862^\circ.\end{aligned}$$

Numerele de dinți a roților echivalente:

$$\begin{aligned}z_{v1} &= \frac{z_1}{\cos \delta_1} = \frac{17}{\cos 19,502449^\circ} = 18,034701, \\ z_{v2} &= \frac{z_2}{\cos \delta_2} = \frac{48}{\cos 70,497551^\circ} = 143,77837.\end{aligned}$$

Gradul de acoperire:

$$\cos \alpha_{va1} = \frac{z_1 \cos \alpha}{z_1 + 2 h_a^* \cos \delta_1} = \frac{17 \cdot \cos 20^\circ}{17 + 2 \cdot 1 \cdot \cos 19,502449^\circ} = 0,8458861 \rightarrow \alpha_{va1} = 32,232999^\circ,$$

$$\cos \alpha_{va2} = \frac{z_2 \cos \alpha}{z_2 + 2 h_a^* \cos \delta_2} = \frac{48 \cdot \cos 20^\circ}{48 + 2 \cdot 1 \cdot \cos 70,497551^\circ} = 0,9268005 \rightarrow \alpha_{va2} = 22,058552^\circ,$$

$$u_v = \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^2 = \left(\frac{48}{17} \right)^2 = 7,9723183,$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= \frac{z_{v1}}{2\pi} \left[(\tan \alpha_{va1} - \tan \alpha) + u_v (\tan \alpha_{va2} - \tan \alpha) \right] = \\ &= \frac{18,034701}{2\pi} \left[(\tan 32,232999^\circ - \tan 20^\circ) + 7,9723183 (\tan 22,058552^\circ - \tan 20^\circ) \right] = \\ &= 1,7089489.\end{aligned}$$

Verificarea danturii la solicitarea de încovoiere:

$$\begin{aligned}\sigma_F &= \frac{2 T_1}{d_{m1} b m_m} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\varepsilon K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} = \\ &= \frac{2 \cdot 86811,787}{4,2 \cdot 17 \cdot 12 \cdot 4,2 \cdot 4,2} \cdot 3 \cdot 1,57 \cdot 0,689 \cdot 1,25 \cdot 1,03 \cdot 1,25 \cdot 1,0 = \\ \sigma_F &= 59,985 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}$$

unde $Y_{Fa} = 3$ pentru $z_{v1} \approx 18$ și $x_1 = 0$ (figura 2.97);

$Y_{Sa} = 1,57$ pentru $z_{v1} \approx 18$ și $x_1 = 0$ (figura 2.38);

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_\alpha} = 0,25 + \frac{0,75}{1,709} = 0,689;$$

$K_A = 1,25$ motor electric - șocuri medii (tabelul 2.1);

$K_V = 1,03$ pentru clasa de precizie 8 și viteza periferică pe cercul de divizare al roții cilindrice echivalente (figura 2.38):

$$\begin{aligned}V_1 &= \frac{\pi d_{vm1} n_1}{60 \cdot 1000} = \frac{\pi d_{m1} n_1}{60 \cdot 1000 \cos \delta_1} = \\ &= \frac{\pi m_m z_1 n_1}{60 \cdot 1000 \cos \delta_1} = \frac{\pi \cdot 4,2 \cdot 17 \cdot 1100}{60 \cdot 1000 \cos 19,502449^\circ} = 4,363 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

$K_{F\beta} = 1,25$ pentru clasa de precizie 8 (tabelul 2.2);

$K_{F\alpha} = 1,0$ pentru dinți dreپți necăliți și clasa de precizie 8 (tabelul 2.3).

Efortul unitar admisibil la solicitarea de încovoiere a dintelui:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT}}{S_{Fmin}} Y_{\delta rel T} \cdot Y_{R rel T} \cdot Y_X = \frac{220 \cdot 2 \cdot 1}{1,70} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 258,824 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2},$$

Exemplul de calcul 3.1

unde $\sigma_{Hlim} = 220 \text{ N/mm}^2$ pentru OLC60 îmbunătățit (tabelul 2.4);

$Y_{ST} = 2$ factorul de corectare a efortului unitar;

$Y_{NT} = 1$ pentru $N_L = 60 \text{ n}$ $L_h > 3 \cdot 10^6$ (tabelul 2.6);

$Y_{\delta rel I} \approx 1$;

$Y_{R rel T} \approx 1$;

$S_{Fmin} \approx 1,70$.

Dintele rezistă la solicitarea de încovoiere deoarece:

$$\sigma_F = 59,985 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{FP} = 258,823 \text{ N/mm}^2$$

Verificarea danturii la solicitarea de presiune de contact:

$$\begin{aligned} \sigma_H &= Z_H Z_E Z_{\varepsilon v} \sqrt{\frac{2 T_I K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}{d_{m1}^2 b} \cdot \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u}} = \\ &= 2,5 \cdot 190 \cdot 0,874 \sqrt{\frac{2 \cdot 86811,787 \cdot 1,25 \cdot 1,03 \cdot 1,5 \cdot 1,0}{(4,2 \cdot 17)^2 \cdot 4,2 \cdot 12} \cdot \frac{\sqrt{2,824^2 + 1}}{2,824}} \\ \sigma_H &= 486,456 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \end{aligned}$$

unde $Z_H = 2,5$ pentru $\alpha = 20^\circ$ și $x_1 = 0$,

$Z_E = 190 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$ pentru roți din oțel (tabelul 2.9);

$$Z_{\varepsilon v} = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} = \sqrt{\frac{4 - 1,709}{3}} = 0,874 ;$$

$K_{H\beta} = 1,5$ pentru clasa de precizie 8 (tabelul 2.2);

$K_{H\alpha} = 1,0$ pentru dinți drepecți necăliți și clasa de precizie 8 (tabelul 2.3).

Efortul unitar admisibil la solicitarea de presiune de contact este:

$$\begin{aligned} \sigma_{HP} &= \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT}}{S_{Hmin}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X = \\ &= \frac{620 \cdot 1,0}{1,15} 1,284 \cdot 0,936 \cdot 0,725 \cdot 1,1 \cdot 1 \\ \sigma_{HP} &= 516,142 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \end{aligned}$$

unde $\sigma_{Hlim} = 620 \text{ N/mm}^2$ pentru OLC60 îmbunătățit (tabelul 2.4);

$Z_{NT} = 1,0$ pentru $N_L = 60 \text{ n}$ $L_h > 5 \cdot 10^7$ (tabelul 2.11);

$S_{Hmin} = 1,15$;

Pentru ungerea angrenajului s-a ales din STAS 10588-76 un ulei TIN 125 EP cu vâscozitatea cinematică la 40°C $v_{40} = 240 \text{ mm}^2/\text{s}$, astfel că:

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4(1 - C_{ZL})}{1,2 + \frac{134}{v_{40}}} = 0,777 + \frac{4(1 - 0,777)}{1,2 + \frac{134}{240}} = 1,284 ;$$

$$C_{ZL} = \frac{\sigma_{Hlim} - 850}{350} 0,08 + 0,83 = \frac{620 - 850}{350} 0,08 + 0,83 = 0,777 ;$$

$$Z_V = C_{ZV} + \frac{2(1 - C_{ZV})}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{V_1}}} = 0,797 + \frac{2(1 - 0,797)}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{4,112}}} = 0,936 ;$$

$$C_{ZV} = \frac{\sigma_{Hlim} - 850}{350} 0,08 + 0,85 = \frac{620 - 850}{350} 0,08 + 0,85 = 0,797 ;$$

$$V_1 = \frac{\pi d_{m1} n_1}{60 \cdot 1000} = \frac{\pi m_m z_1 n_1}{60 \cdot 1000} = \frac{\pi \cdot 4,2 \cdot 17 \cdot 1100}{60 \cdot 1000} = 4,112 \frac{\text{m}}{\text{s}} ;$$

$$Z_R = \left(\frac{3}{R_{Z100}} \right)^{C_{ZR}} = \left(\frac{3}{15,529} \right)^{0,196} = 0,725;$$

$$R_{Z100} = 3 (R_{a1} + R_{a2}) \sqrt[3]{\frac{100}{a_v}} = 3 (3,2 + 3,2) \sqrt[3]{\frac{100}{189}} = 15,529;$$

$$a_v = \frac{d_{vm1} + d_{vm2}}{2} = \frac{d_{m1}}{2 \cos \delta_1} + \frac{d_{m2}}{2 \cos \delta_2} = \frac{m_m}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \delta_1} + \frac{z_2}{\cos \delta_2} \right) =$$

$$= \frac{4,2}{2} \left(\frac{17}{\cos 19,502449^\circ} + \frac{48}{\cos 70,497551^\circ} \right) = 188,824 \text{ mm}$$

$$C_{ZR} = \frac{1000 - \sigma_{Hlim}}{5000} + 0,12 = \frac{1000 - 620}{5000} + 0,12 = 0,196.$$

$$Z_w = 1,2 - \frac{HB - 130}{1700} = 1,2 - \frac{300 - 130}{1700} = 1,1;$$

$Z_x = 1,0$ pentru oțel de îmbunătățire (tabelul 2.12)

Se poate observa că dintele rezistă la solicitarea de presiune de contact, deoarece:

$$\sigma_H = 486,456 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{HP} = 516,142 \text{ N/mm}^2.$$

Calculul forțelor în angrenajele conice cu dinți drepi:

$$T_2 = \eta_t u T_1 = 0,94 \cdot 2,824 \cdot 86811,787 = 230586,29 \text{ Nmm},$$

$$d_{m1} = m_m z_1 = 4,2 \cdot 17 = 71,4 \text{ mm}, \quad d_{m2} = m_m z_2 = 4,2 \cdot 48 = 201,6 \text{ mm}.$$

Forțele tangențiale:

$$F_{tm1} = \frac{2 T_1}{d_{m1}} = \frac{2 \cdot 86811,787}{71,4} = 2431,703 \text{ N},$$

$$F_{tm2} = \frac{2 T_2}{d_{m2}} = \frac{2 \cdot 230586,29}{201,6} = 2287,562 \text{ N}.$$

Forțele axiale:

$$F_{a1} = F_{tm1} \tan \alpha \sin \delta_1 = 2431,7027 \tan 20^\circ \sin 19,502449^\circ = 295,477 \text{ N},$$

$$F_{a2} = F_{tm2} \tan \alpha \sin \delta_2 = 2287,5624 \tan 20^\circ \sin 70,497551^\circ = 784,836 \text{ N}.$$

Forțele radiale:

$$F_{r1} = F_{tm1} \tan \alpha \cos \delta_1 = 2431,7027 \tan 20^\circ \cos 19,502449^\circ = 834,289 \text{ N},$$

$$F_{r2} = F_{tm2} \tan \alpha \cos \delta_2 = 2287,5624 \tan 20^\circ \cos 70,497551^\circ = 277,963 \text{ N}.$$

3.7. Angrenaje conice cu dinți înclinați sau curbi

3.7.1. Noțiuni generale și dimensiuni geometrice

Angrenajele conice cu dinți înclinați sau curbi au o funcționare mai liniștită decât angrenajele conice cu dinți drepte.

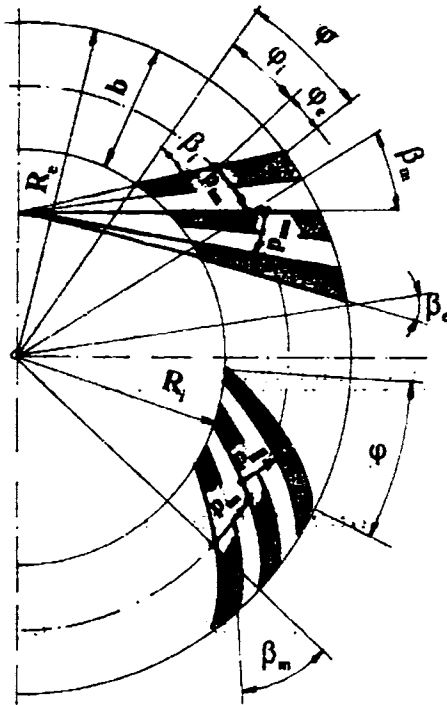


Fig. 3.10. Roata dințată conică cu dinți înclinați sau curbi desfășurată în plan.

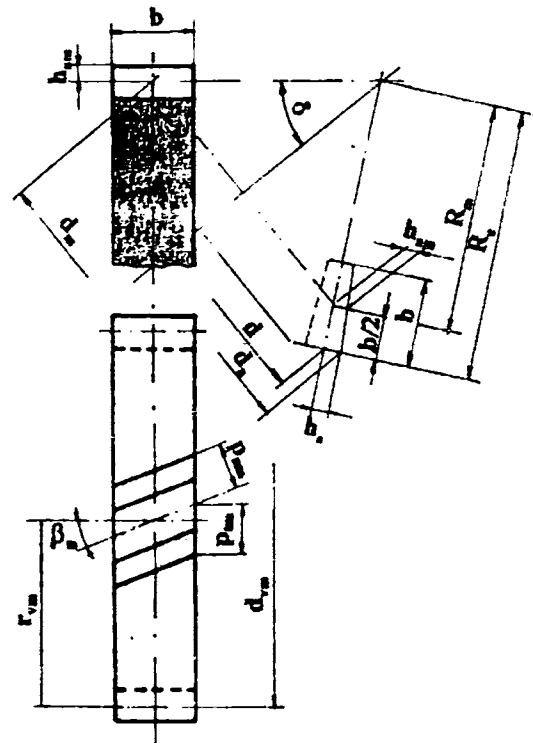


Fig. 3.11. Dimensiunile geometrice ale roților dințate conice cu dinți înclinați sau curbi.

Dacă la o roată dinții sunt înclinați pe dreapta atunci la roata conjugată înclinarea dinților este pe stânga. După cum se observă din figura 3.10, unghiul de înclinare a dinților variază. În general, pentru calculul geometric și de rezistență al angrenajelor conice cu dinți înclinați sau curbi, se va lua în considerare unghiul de înclinare mediu β_m . Numărul de dinți ai roții echivalente (figura 3.11) se determină cu relația:

$$z_{vn} = \frac{z_v}{\cos^3 \beta_m} = \frac{z}{\cos \delta \cos^3 \beta_m} \quad (3.34)$$

Ținând seama de relația (3.34), numărul minim de dinți la care apare subțaierea dinților este:

$$z = z_{min} = z_{vn} \cos \delta \cos^3 \beta_m = 17 \cos \delta \cos^3 \beta_m, \quad (3.35)$$

sau practic:

$$z = z_{min} = 14 \cos \delta \cos^3 \beta_m. \quad (3.36)$$

Dimensiunile geometrice ale roților dințate conice cu dinți înclinați sau curbi se determină în funcție de modulul măsurat pe conul frontal exterior (suplimentar) m_m sau cu ajutorul modulului normal mediu m_{nm} , utilizând relațiile prezentate în tabelul 3.2, (figura 3.11).

Modulul frontal mediu se obține din următoarea relație:

$$m_{tm} = \frac{m_{nm}}{\cos \beta_m}.$$

ANGRENAJE CU AXE CONCURENTE

Dimensiunile geometrice ale angrenajelor conice cu dinți înclinați sau curbi **Tabelul 3.2.**

Nr. crt.	Denumirea dimensiunii	Simbol	Relațiile de calcul
1.	Semiunghiurile conurilor de rostogolire	δ_1 δ_2	$\tan \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{i_{12} + \cos \Sigma}$; $\tan \delta_2 = \frac{i_{12} \sin \Sigma}{1 + i_{12} \cos \Sigma}$.
2.	Modulul frontal mediu	m_{tm}	$m_{tm} = \frac{m_{nm}}{\cos \beta_m}$
3.	Pasul frontal mediu	p p_{tm}	$p_{tm} = \frac{m_{nm}}{\cos \beta_m} \pi$
4.	Diametrele medii	d_{m1} d_{m2}	$d_{m1} = \frac{m_{nm} z_1}{\cos \beta_m}$; $d_{m2} = \frac{m_{nm} z_2}{\cos \beta_m}$.
5.	Diametrele de cap medii	d_{am1} d_{am2}	$d_{am1} = d_{m1} + 2 h_{am} \cos \delta_1$; $d_{am2} = d_{m2} + 2 h_{am} \cos \delta_2$.
6.	Diametrele de picior medii	d_{fm1} d_{fm2}	$d_{fm1} = d_{m1} - 2 h_{fm} \cos \delta_1$; $d_{fm2} = d_{m2} - 2 h_{fm} \cos \delta_2$.
7.	Lungimea generatoarei conului de divizare, mediu.	R_m	$R_m = \frac{d_{m1}}{2 \cos \delta_1} = \frac{d_{m2}}{2 \cos \delta_2}$
8.	Lungimea generatoarei conului de divizare exterior	R_e	$R_e = R_m + 0,5 b$
9.	Lungimea generatoarei conului de divizare interior	R_i	$R_i = R_m - 0,5 b$
10.	Diametrele de divizare	d_1 d_2	$d_1 = d_{m1} \frac{R_e}{R_m}$; $d_2 = d_{m2} \frac{R_e}{R_m}$.
11.	Modulul frontal exterior	m_{te}	$m_{te} = \frac{d_1}{z_1} = \frac{d_2}{z_2}$
12.	Diametrele de cap	d_{a1} d_{a2}	$d_{a1} = d_{am1} \frac{R_e}{R_m}$; $d_{a2} = d_{am2} \frac{R_e}{R_m}$.
13.	Diametrele de picior	d_{f1} d_{f2}	$d_{f1} = d_{fm1} \frac{R_e}{R_m}$; $d_{f2} = d_{fm2} \frac{R_e}{R_m}$.
14.	Înălțimea capului dintelui mediu	h_{am}	$h_{am} = m_{nm}$
15.	Înălțimea piciorului dintelui, mediu	h_{fm}	$h_{fm} = h_{am} + c_m = 1,25 m_{nm}$
16.	Înălțimea capului dintelui	h_a	$h_a = h_{am} \frac{R_e}{R_m}$
17.	Înălțimea piciorului dintelui	h_f	$h_f = h_{fm} \frac{R_e}{R_m}$
18.	Unghiul capului dintelui	$\hat{\sigma}_{a1}$ $\hat{\sigma}_{a2}$	$\tan \hat{\sigma}_{a1} = \tan \hat{\sigma}_{a2} = \frac{h_a}{R_e}$
19.	Unghiul piciorului dintelui	$\hat{\sigma}_{f1}$ $\hat{\sigma}_{f2}$	$\tan \hat{\sigma}_{f1} = \tan \hat{\sigma}_{f2} = \frac{h_f}{R_e}$
20.	Semiunghiurile capului dintelui	δ_{a1} δ_{a2}	$\delta_{a1} = \delta_1 + \hat{\sigma}_{a1}$; $\delta_{a2} = \delta_2 + \hat{\sigma}_{a2}$.
21.	Semiunghiurile piciorului dintelui	δ_{f1} δ_{f2}	$\delta_{f1} = \delta_1 - \hat{\sigma}_{f1}$; $\delta_{f2} = \delta_2 - \hat{\sigma}_{f2}$.

Unghiul de salt exterior a dintelui φ_e (figura 3.10) este dat de relația:

$$\cos \varphi_e = \frac{R_m (f_m - 1) + \sqrt{f_m (R_e^2 - R_m^2) + R_m^2}}{f_m R_e}.$$

Unghiul de înclinare exterior a dinților este:

$$\beta_e = \beta_m - \delta_e,$$

și

$$f_m = 1 + \tan^2 \beta_m.$$

În cazul angrenajelor conice cu dinți înclinați sau în V (figura 3.12, a și b), dinții sunt tangenți la un cerc cu raza mai mică decât cercul de picior al roții. Roțile dințate conice cu dantură curbă au o largă utilizare în construcția de mașini datorită următoarelor avantaje: capacitate portantă ridicată, funcționare mai silențioasă decât celelalte angrenaje conice și sensibilitate redusă la deformații. Unghiul de înclinare mediu β_m este în general $35^\circ \dots 40^\circ$, dar poate ajunge până aproape de 0° , dacă înclinările dinților sunt contrare.

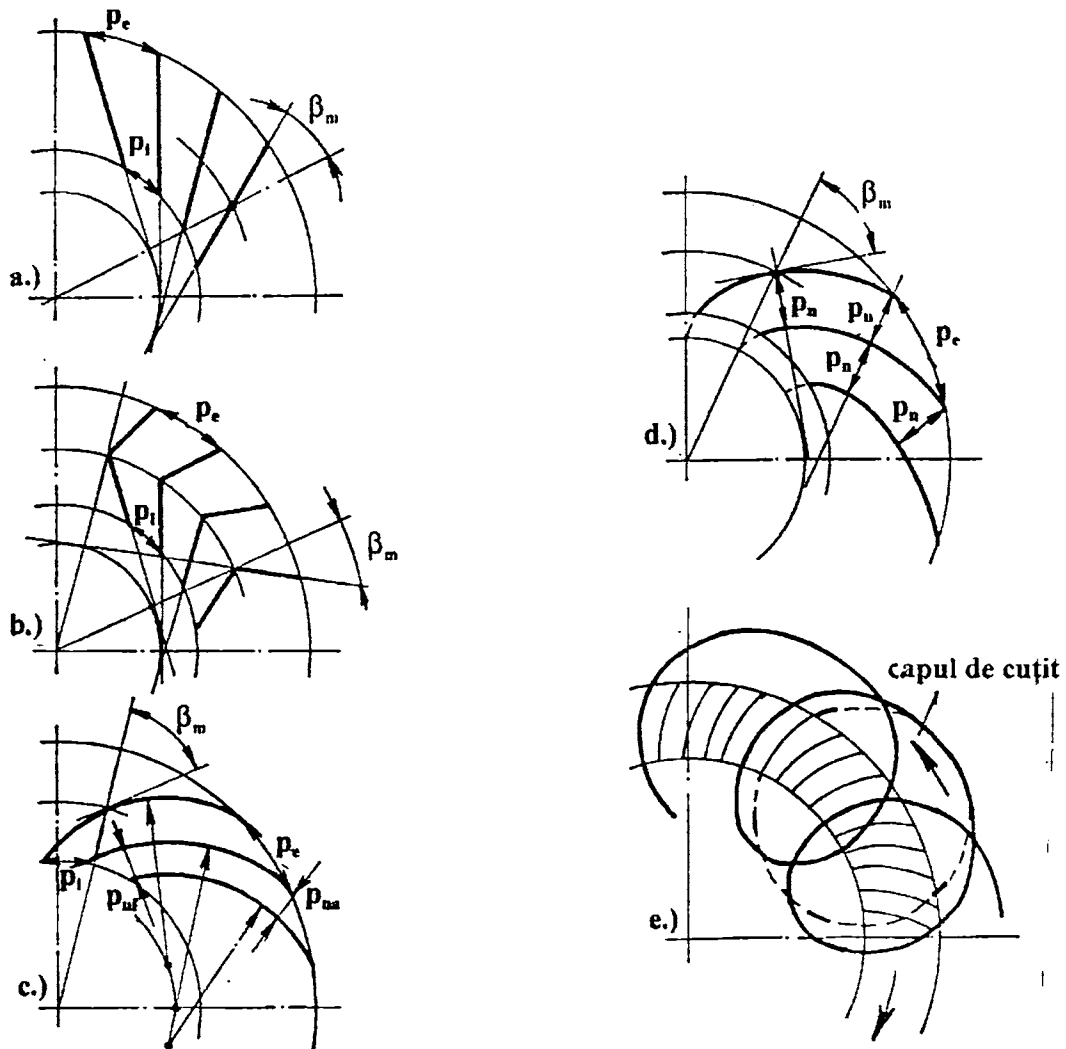


Fig. 3.12. Forma dinților pe roata plană: a) dinți înclinați; b) dinți în V; c) dinți în arc de cerc (Gleason); d) dinți în arc de paloidă (Klingelnberg); e) dinți în arc de eloidă (Oerlikon-Spiromatic).

Dintre tipurile de roți conice cu dantură curbă se enumeră următoarele mai des utilizate:

- dinți curbi după arc de cerc (Gleason) (figura 3.12, c);
- dinți curbi după arc de evolventă alungită denumită paloidă (Klingelnberg) (figura 3.12, d și figura 3.13);
- dinți curbi după arc de epicycloidă alungită denumită eloidă (Klingelnberg, Oerlikon) (figura 3.12, e).

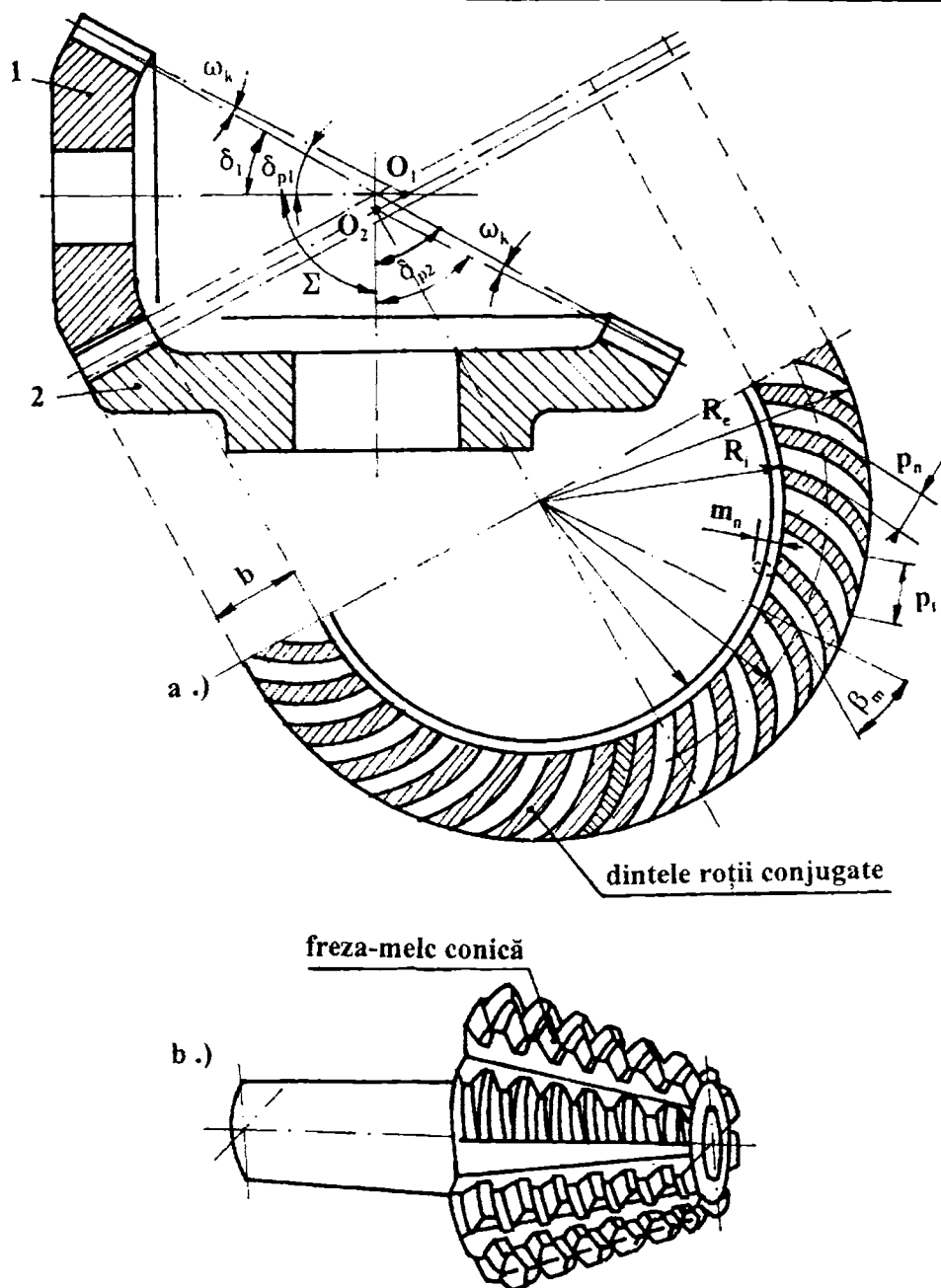


Fig. 3.13. Angrenaj conic cu dantură paloidă: a) angrenajul conic și roata cu dantură paloidă (Klingelnberg); b) freza-melc conică pentru prelucrarea roților conice cu dantură paloidă.

Dantura după arc de cerc (Gleason) se prelucurează cu capete de cuțit în care cuțitele de așchiere au formă trapezoidală și roata se prelucurează dinte cu dinte prin divizare.

Dantura după evolventă alungită (Klingelnberg) se prelucurează cu ajutorul frezelor melc conice prin divizare continuă (figura 3.13).

Dantura după epicycloidă alungită (Oerlikon-Spiromatic) se prelucurează cu capete de cuțit prin divizare continuă, pe mașina de frezat roți dințate Oerlikon-Spiromatic.

3.7.2. Calculul forțelor în angrenajele conice cu dinți înclinați sau curbi

La calculul forțelor, în transmisiile conice cu dinți înclinați sau curbi, se ține seama de faptul că sarcina se transmite de la un dinte la celălalt pe direcția normalei comune (figura 3.14).

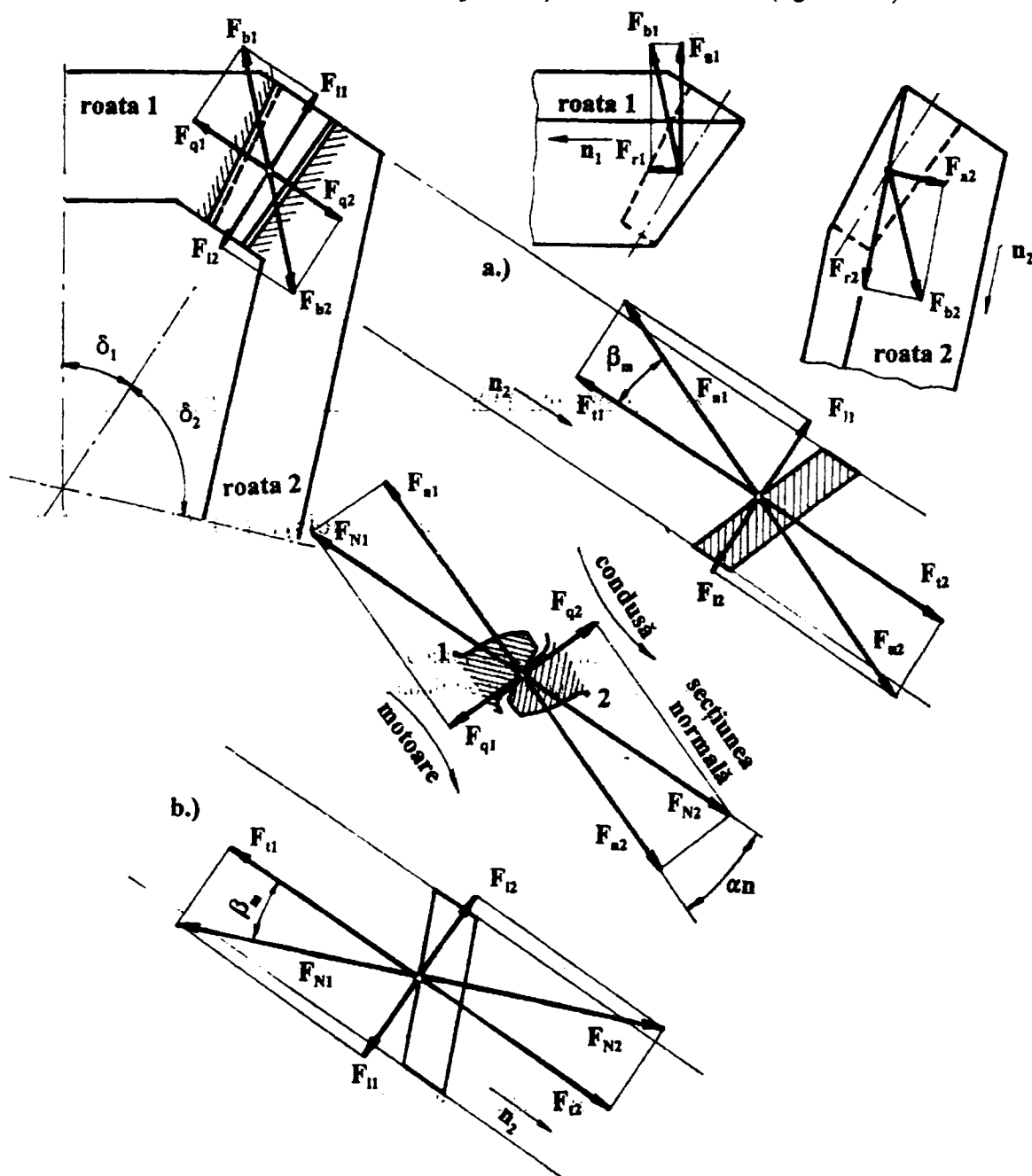


Fig. 3.14. Forțele în angrenajul conic cu dinți înclinați sau curbi.

În secțiunea normală pe dinte, pe direcția normalei comune acționează forțele F_{N1} și F_{N2} , care se descompun în câte două componente paralele cu axa de simetrie a dintelui F_{q1} și F_{q2} precum și pe perpendiculare pe axa de simetrie a dintelui F_{a1} și F_{a2} . Componentele F_{a1} și F_{a2} se descompun în continuare (figura 3.14, a), rezultând componentele F_{t1} , F_{t2} , F_{r1} și F_{r2} . Aceste forțe se transpun apoi pe angrenaj și se însumează obținându-se componentele F_{b1} și F_{b2} . Proiectând aceste forțe pe direcțiile paralele și perpendiculare pe axele roților dințate conice cu dinți înclinați sau curbi, se pot obține componentele axiale F_{a1} , F_{a2} și radiale F_{r1} , F_{r2} .

Mărimile forțelor se pot determina cu relațiile prezentate în continuare.

Forțele tangențiale:

$$F_{t1} = \frac{P_1}{V_{m1}} ; F_{t2} = F_{t1} \quad (3.38)$$

Forțele radiale:

$$\begin{aligned} F_{r1} &= F_{t1} \left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_m} \cos \delta_1 \mp \tan \beta_m \sin \delta_1 \right) , \\ F_{r2} &= F_{t2} \left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_m} \cos \delta_2 \pm \tan \beta_m \sin \delta_2 \right) . \end{aligned} \quad (3.39)$$

Forțele axiale:

$$\begin{aligned} F_{a1} &= F_{t1} \left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_m} \sin \delta_1 \pm \tan \beta_m \cos \delta_1 \right) , \\ F_{a2} &= F_{t2} \left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_m} \sin \delta_2 \mp \tan \beta_m \cos \delta_2 \right) . \end{aligned} \quad (3.40)$$

În relațiile forțelor intervin:

P_1 - puterea pe roata motoare, în W;

$V_{m1} = \frac{\pi d_{m1} n_1}{60000}$ - viteza periferică în m/s, dacă se înlocuiesc pentru roata motoare

diametrul mediu d_{m1} în mm și turația n_1 în rot/min;

$\alpha_n = 20^\circ$ - unghiul de angrenare normal;

δ_1, δ_2 - semiunghiurile cercurilor de divizare, în grade.

În relațiile forțelor (3.39) și (3.40) se ia semnul de sus când pe roata motoare 1 înclinarea dinților cu sensul de rotație coincid și semnul de jos când pe roata motoare 1 înclinarea dinților este contrară sensului de rotație.

Dacă forța axială are valoare pozitivă ea este orientată spre baza mare a conului de divizare și deci roata dințată se îndepărtează față de vârful conului de divizare. În acest caz, dacă fixarea roții dințate nu este suficient de rigidă, jocul între dinți crește.

Dacă forța axială are valoare negativă ea este orientată spre vârful conului de divizare și deci roata dințată se apropie de vârful conului de divizare. Această situație conduce la anularea jocului între flancurile dinților și se poate ajunge la ruperea dinților.

Pentru evitarea acestui caz nefavorabil se recomandă ca înclinarea dinților pe roata motoare să coincidă cu sensul de rotație. Dacă roata motoare se rotește în ambele sensuri atunci unghiul de înclinare β_m trebuie ales în așa fel încât forța axială pentru ambele sensuri de rotație să fie pozitivă.

La angrenajele conice cu dinți înclinați sau curbi, pentru calculul de rezistență a danturii (stabilirea modulului), se recomandă utilizarea cărții mașinii pe care urmează să fie executată dantura.

4. ANGRENAJE CU AXE ÎNCRUCIȘATE

4.1. Noțiuni generale

Mișcarea de rotație se poate transmite între două axe încrucișate prin intermediul a doi hiperboloizi de rotație cu o singură pânză (figura 4.1). Cei doi hiperboloizi sunt în contact după dreapta generatoare "a". Prin rotirea dreptei generatoare "a" în jurul axei I - I se obține hiperboloidul 1 și în jurul axei II - II se obține hiperboloidul 2. Hiperboloizii obținuți constituie suprafețele de rostogolire în cazul când mișcarea se transmite între două axe încrucișate.

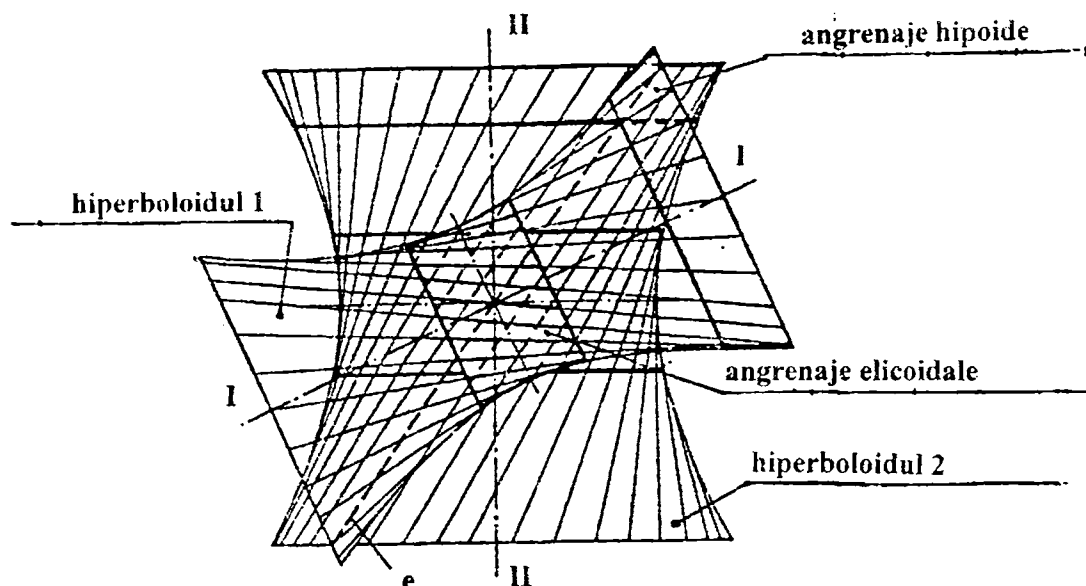


Fig. 4.1. Generarea hiperboloizilor cu o singură pânză (suprafețele de rostogolire) în cazul axelor încrucișate.

Executarea angrenajelor cu axe încrucișate care să aibă suprafețele de rostogolire hiperboloizi cu o singură pânză este dificilă, de aceea în practică se aproximează cu conuri sau cilindri în funcție de zona utilizată din hiperboloizi. Se pot obține astfel, angrenajele hipoide și angrenajele elicoidale.

Angrenajele hipoide se execută în general cu unghiul de încrucișare a axelor $\Sigma = 90^\circ$ și cu dinți curbi, așa cum este arătat în figura 4.2.

Angrenajele hipoide permit ca pinionul să fie montat pe un arbore așezat pe două lagăre în

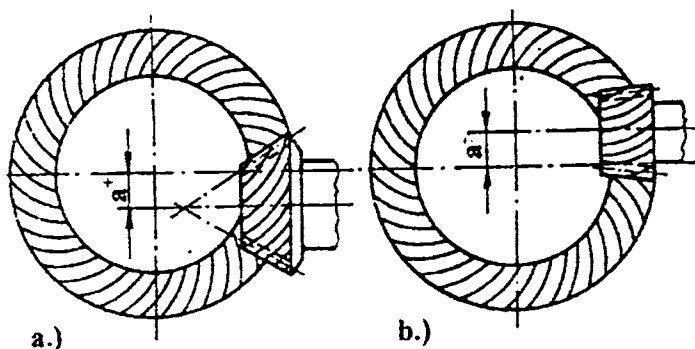


Fig. 4.2. Angrenaje hipoide: a) deplasarea axei pinionului față de centrul roții mari este aceeași cu înclinarea dinților; b) deplasarea axei pinionului față de centrul roții mari este contrară înclinării dinților.

ambele părți. Nivelul de zgomot este redus și sunt condiții favorabile pentru formarea peliculei de lubrifianț între flancurile dinților.

Necesită însă pentru ungere uleiuri de bună calitate (uleiuri hipoide).

Prelucrarea roților hipoide se poate realiza cu dantura în arc de cerc, în evolventă buclată sau în epicicloadă buclată, ca și în cazul roților dințate conice cu dantură curbă.

Pentru dimensionarea geometrică și de rezistență a roților hipoide trebuie să fie consultată cartea mașinii pe care se prelucurează roata.

4.2. Angrenaje elicoidale

Angrenajele elicoidale se compun din roți dințate cilindrice cu dinți înclinați. Roțile care compun angrenajul elicoidal au același sens de înclinare al dinților, adică ambele pe dreapta sau ambele pe stânga. Valorile unghiurilor de înclinare sunt diferite. Pe baza figurii 4.3, b, rezultă:

$$\Sigma = \beta_1 + \beta_2 \quad (4.1)$$

unde β_1, β_2 sunt unghiurile de înclinare ale dinților pe cilindri de divizare.

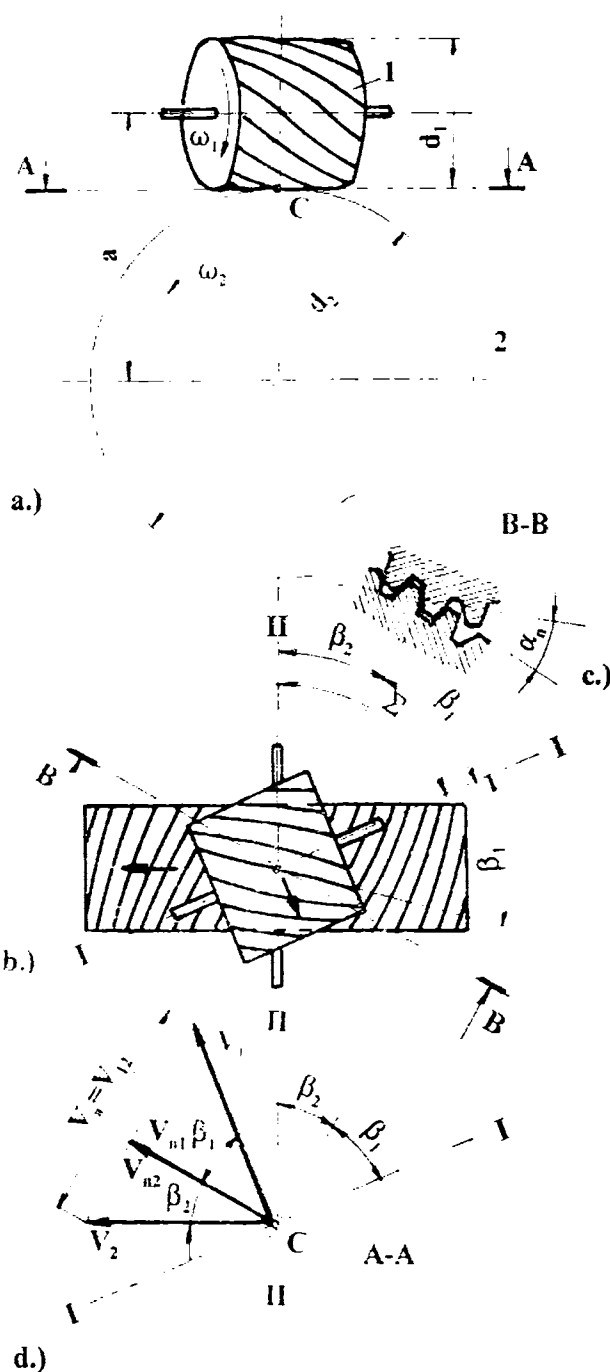


Fig. 4.3. Angrenaj elicoidal: a) vedere din față; b) vedere de sus; c) secțiune normală; d) vectorii de viteză.

Distanța dintre axe elementară:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_1} + \frac{z_2}{\cos \beta_2} \right) \quad (4.5)$$

4.2.1. Dimensiunile geometrice ale angrenajelor elicoidale

În figura 4.3 sunt reprezentate două roți elicoidale având sensurile de înclinare a dinților pe dreapta. În secțiunea normală B - B pasul este același pentru ca roțile să angreneze, adică:

$$p_n = \pi m_n \quad (4.2)$$

Modulele frontale sunt:

$$\left. \begin{aligned} m_{t1} &= \frac{m_n}{\cos \beta_1} \\ m_{t2} &= \frac{m_n}{\cos \beta_2} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

Diametrele de divizare:

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= m_{t1} z_1 = \frac{m_n}{\cos \beta_1} z_1 \\ d_2 &= m_{t2} z_2 = \frac{m_n}{\cos \beta_2} z_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

Diametrele de cap:

$$\left. \begin{aligned} d_{a1} &= d_1 + 2 m_n = m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta_1} + 2 \right) , \\ d_{a2} &= d_2 + 2 m_n = m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta_2} + 2 \right) . \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Diametrele de picior:

$$\left. \begin{aligned} d_f &= d_1 - 2,5 m_n = m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta_1} - 2,5 \right) , \\ d_{f2} &= d_2 - 2,5 m_n = m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta_2} - 2,5 \right) . \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

Înălțimea dintelui:

$$h = 2,25 m_n . \quad (4.8)$$

4.2.2. Cinematica angrenajelor elicoidale

Ținând seama de faptul că vitezele roților pe direcția normală trebuie să fie identice, din figura 4.3, d, se poate scrie:

$$V_{n1} = V_{n2} \quad \text{sau} \quad V_1 \cos \beta_1 = V_2 \cos \beta_2 , \quad (4.9)$$

$$\omega_1 \frac{d_1}{2} \cos \beta_1 = \omega_2 \frac{d_2}{2} \cos \beta_2 .$$

Raportul de transmitere devine:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2 \cos \beta_2}{d_1 \cos \beta_1} = \frac{z_2}{z_1} = u . \quad (4.10)$$

Viteza de alunecare între flancurile dinților:

$$V_s = V_{12} = V_1 \sin \beta_1 + V_2 \sin \beta_2 . \quad (4.11)$$

Înlocuind relația (4.9) în (4.11) se obține:

$$V_s = V_1 \frac{\sin \Sigma}{\cos \beta_2} \quad \text{sau} \quad V_s = V_2 \frac{\sin \Sigma}{\cos \beta_1} . \quad (4.12)$$

Angrenajul elicoidal are teoretic contact punctiform între flancuri. Datorită vitezei de alunecare mari între flancurile în contact există pericolul de gripare la aceste angrenaje.

4.2.3. Calculul forțelor în angrenajul elicoidal

La angrenajele elicoidale, unde între flancurile dinților există o alunecare apreciabilă, se iau în considerare și forțele de frecare la determinarea mărimii forțelor (figura 4.4).

Forțele pe roata condusă 2 sunt determinate în continuare.

Forța tangențială:

$$F_{t2} = \frac{P_2}{V_2} K_A . \quad (4.13)$$

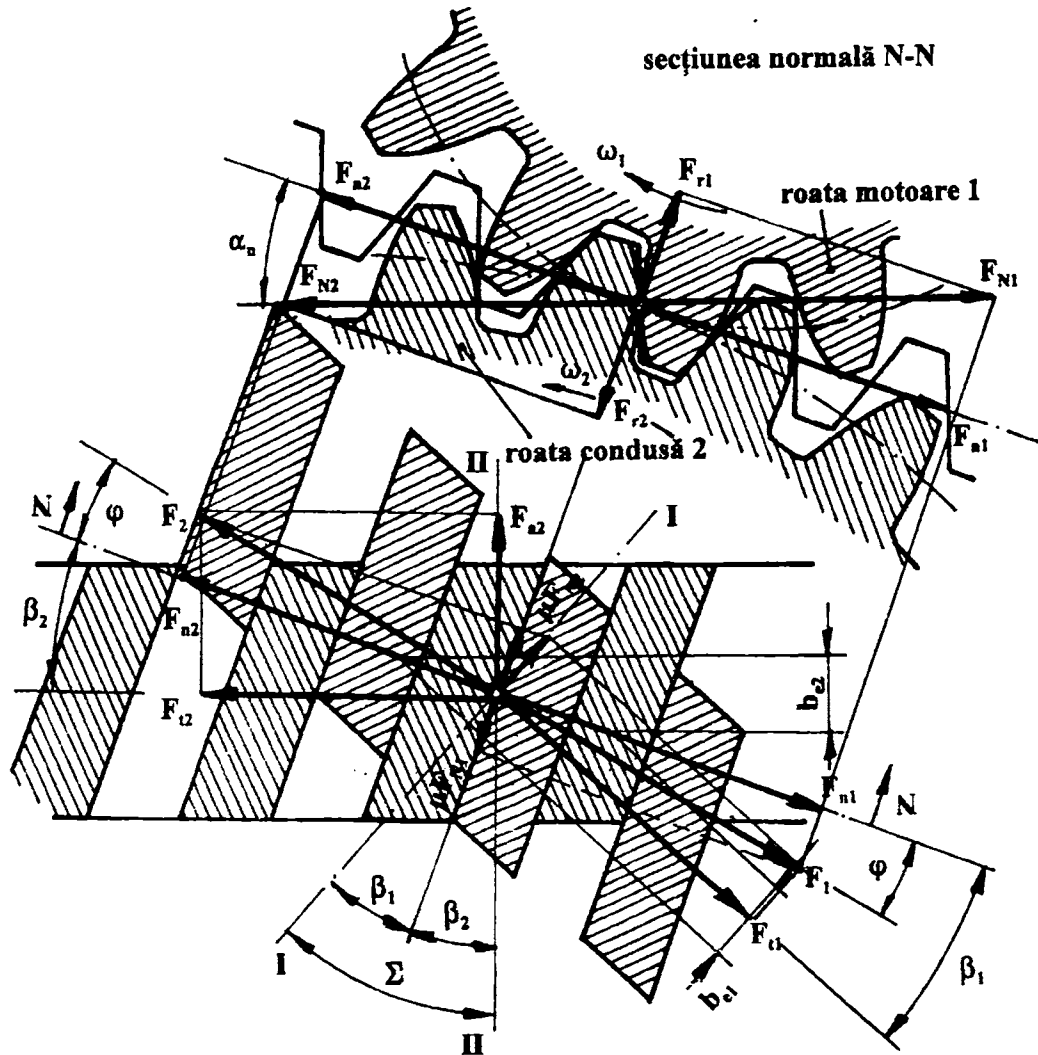


Fig. 4.4. Forțele în angrenajul elicoidal.

Forța axială:

$$F_{a2} = F_{t2} \tan(\beta_2 + \varphi) . \quad (4.14)$$

Forța radială:

$$F_{r2} = F_{t2} \frac{\tan \alpha_n \cos \varphi}{\cos(\beta_2 + \varphi)} . \quad (4.15)$$

Forțele pe roata motoare 1 sunt:

Forța tangențială:

$$F_{t1} = F_{t2} \frac{\cos(\beta_1 - \varphi)}{\cos(\beta_2 + \varphi)} . \quad (4.16)$$

Forța axială:

$$F_{a1} = F_{t1} \tan(\beta_1 - \varphi) . \quad (4.17)$$

Forța radială:

$$F_{r1} = F_{r2} . \quad (4.18)$$

În relațiile forțelor intervin:

P_2 - puterea pe roata condusă 2, în W;

$V_2 = \pi d_2 n_2$ - viteza periferică pe roata condusă 2, în m/s;

K_A - factorul regimului de funcționare (tabelul 2.1);

$$\varphi - \text{unghiul de frecare, } \tan \varphi = \frac{\mu}{\cos \alpha_n}, \quad (\varphi \approx 5^\circ \dots 6^\circ),$$

unde μ este coeficientul de frecare la alunecare între flancurile dinților roților.

Randamentul transmisiei elicoidale este:

$$\eta = 0,97 \eta_z, \quad (4.19)$$

unde

$$\eta_z = \frac{F_{t2} V_2}{F_{t1} V_1} = \frac{\cos(\beta_2 + \varphi) \cos \beta_1}{\cos(\beta_1 - \varphi) \cos \beta_2}, \quad (4.20)$$

sau

$$\eta_z = \frac{1 - \mu \tan \beta_2}{1 - \mu \tan \beta_1}. \quad (4.21)$$

Valoarea maximă a randamentului se obține pentru unghiul $\beta_1 = 0,5 (\Sigma + \varphi)$ și este

$$\eta_{z\max} = \frac{1 - \mu \tan \frac{\Sigma - \varphi}{2}}{1 + \mu \tan \frac{\Sigma + \varphi}{2}}. \quad (4.22)$$

Pentru cazul particular $\Sigma = \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$, din relația (4.22) se obține:

$$\eta_z = \frac{\tan(\beta_1 - \varphi)}{\tan \beta_1} = \frac{\tan \beta_2}{\tan(\beta_2 + \varphi)}. \quad (4.23)$$

Dacă se admite $\mu \approx 0,1$ și $\varphi \approx 6^\circ$ atunci se pot obține următoarele valori pentru randament în funcție de β_1 și β_2 :

β_1	10°	20°	30°	40°	45°	48°	50°	60°	70°	80°
β_2	80°	70°	60°	50°	45°	42°	40°	30°	20°	10°
$\eta_z \%$	39,7	68,5	71,1	80,4	81,0	81,1	81,0	79,5	74,6	61,5

Se observă din valorile prezentate că randamentul este maxim la $\beta_1 = 48^\circ$ (în general la valoarea $\beta_1 = 0,5 (\Sigma + \varphi)$). Pentru a obține randamente ridicate trebuie luat β_1 mai mare decât β_2 .

În general se admite $b = 10 m_n$. Ținând seamna de figura 4.4 trebuie satisfăcută condiția:

$$b = 10 m_n \geq b_{cl.2}.$$

4.2.4. Calculul de rezistență al danturii angrenajelor elicoidale

Dimensionarea angrenajului elicoidal are la bază relația:

$$F_{t1} = C b_1 p_n = C b_1 \pi m_n. \quad (4.24)$$

unde C este cifra de încărcare, în N/mm^2 ;

b_1 - lățimea roții motoare, în mm.

Forța tangențială pe roata motoare se determină cu relația:

$$F_{t1} = \frac{2 T_1}{d_1} = \frac{2 T_1}{\frac{m_n}{\cos \beta_1} z_1}. \quad (4.25)$$

ANGRENAJE CU AXE ÎNCRUCIȘATE

Înlocuind relația (4.25) în relația (4.24) se poate obține modulul normal al angrenajului:

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{2 T_1 \cos \beta_1}{\pi \left(\frac{b}{m_n} \right) z_1 C_a}} \quad (4.26)$$

unde C_a este cifra de încărcare admisibilă, în N/mm^2 (tabelul 4.1).

Valorile admisibile ale cifrei de încărcare

Tabelul 4.1.

Materiale	C_a în N/mm^2							
	V_s în m/s (viteza de alunecare)							
	1	2	3	4	5	6	8	10
Oțel călit - Oțel călit	6,0	5,0	4,0	3,5	3,0	2,5	2,0	1,7
Oțel călit - Bronz	3,4	2,7	2,2	1,9	1,6	1,4	1,1	1,0
Oțel - Bronz	2,5	2,0	1,6	1,4	1,2	1,0	0,8	-
Fontă - Fontă sau Oțel	1,8	1,5	1,2	0,8	-	-	-	-

4.3. Angrenaje melcate

4.3.1. Noțiuni generale

Angrenajul melcat s-a obținut din angrenajul elicoidal urmărindu-se eliminarea dezavantajului contactului punctiform, care, combinat cu viteza mare de alunecare, favorizează tendința de gripare. Roata cu numărul mic de dinți (începuturi) se numește “melc” iar roata cu numărul mare de dinți “roată melcată”. Unghiul de încrucișare a axelor se ia $\Sigma = 90^\circ$ și, pentru obținerea unui raport de transmitere mare, se alege numărul de dinți (începuturi) ai melcului $z_1 = 1 \dots 4$, iar la roata melcată $z_2 \geq 28$. Pentru eliminarea contactului punctiform, roata melcată cuprinde melcul și astfel între flancurile dinților apare contact liniar. Ca urmare a contactului liniar, capacitatea portantă crește, condițiile de ungere și frecare a peliculei de lubrifianț sunt mai favorabile iar pierderile prin frecare se reduc.

Nivelul de zgomot al angrenajelor melcate este mai mic decât la angrenajele cilindrice, în medie de 7 dB.

Angrenajele melcate pot fi cu melc cilindric și roată globoidală (figura 4.5, a), cu melc globoidal și roată cilindrică cu dinți înclinați (figura 4.5, b), cu melc globoidal și roată globoidală (figura 4.5, c)

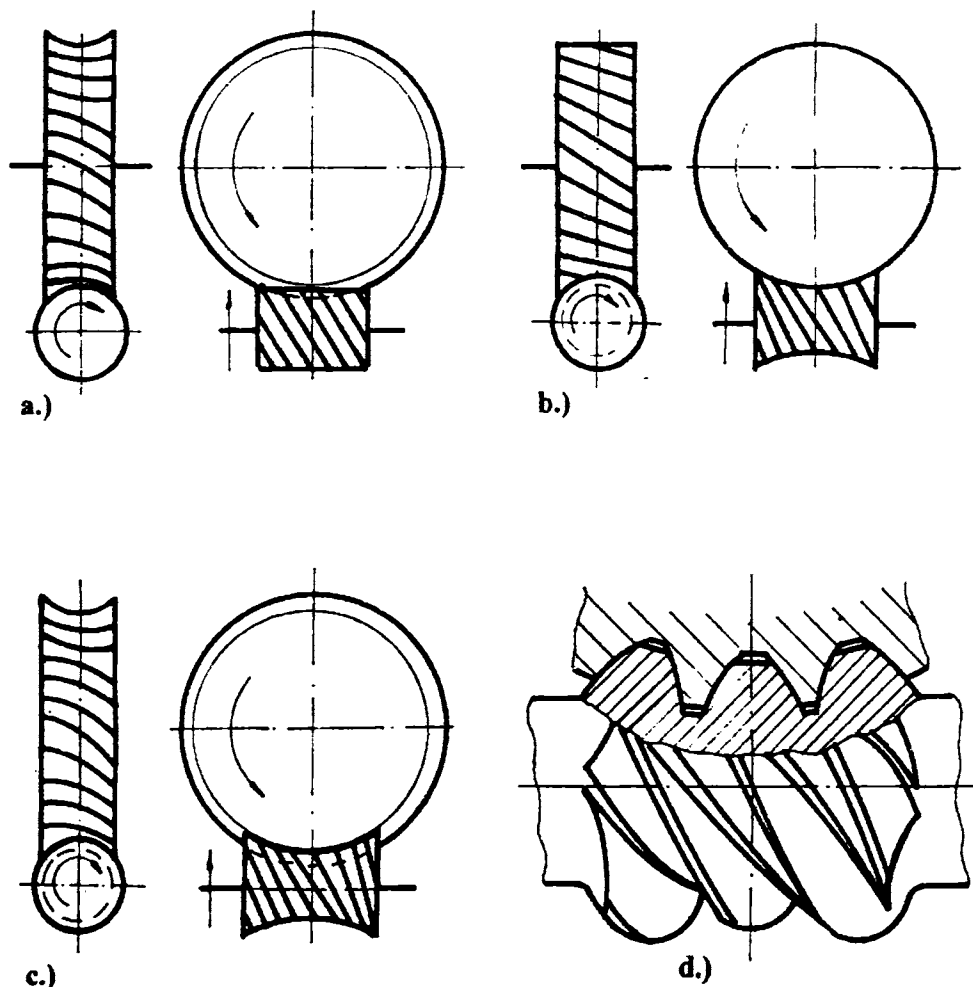


Fig. 4.5. Variante de angrenaje melcate: a) melc cilindric - roată globoidală; b) melc globoidal - roată cilindrică cu dinți înclinați; c) melc globoidal - roată globoidală; d) melc globoidal Bostock - Renk.

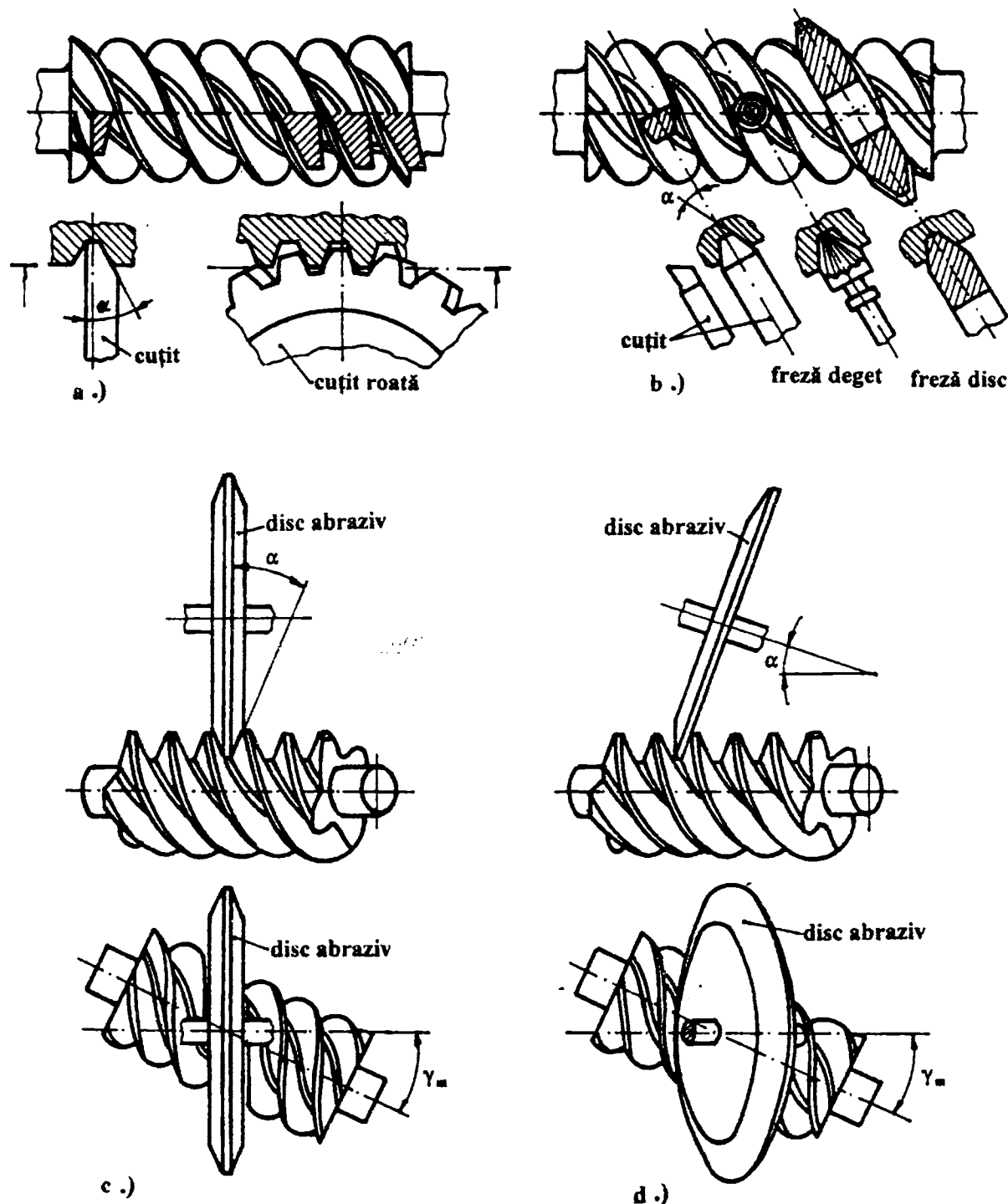


Fig. 4.6. Tipuri de melci cilindrici: a) melc de tip ZA; b) melc de tip ZN; c) melc de tip ZK; d) melc de tip ZI (ZE).

sau cu melc globoidal varianta Bostock-Renk (figura 4.5, d).

În practică cel mai des utilizat este angrenajul melcat cu melc cilindric și roată globoidală (figura 4.5, a).

Melcul cilindric se poate executa relativ simplu, iar roata se prelucrează cu o sculă asemănătoare cu melcul. Pentru angrenare corectă, roata trebuie să fie poziționată precis pe direcția sa axială iar melcul poate fi deplasat puțin în lungul axei sale. Reglarea poziției axiale a roții melcate se face astfel încât, teoretic, planul median al roții melcate să conțină axa melcului. În practică se reglează poziția axială a roții melcate astfel încât pata de contact pe flancurile dinților roții melcate să fie cât mai mare.

Varianta melc globoidal - roată cilindrică cu dinți înclinați (figura 4.5, b) se utilizează mai rar. În acest caz melcul se prelucrează cu o sculă identică cu roata (cuțit - roată cu dinți înclinați). Pentru această variantă, la asamblare, atât melcul cât și roata trebuie poziționate axial cât mai precis.

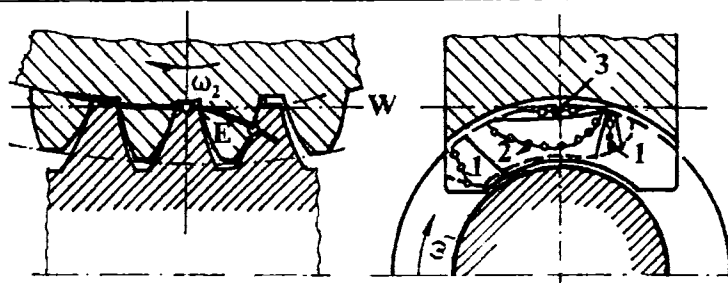


Fig. 4.7. Angrenaj melcat de tip ZT: E - linia de angrenare în secțiunea axială; W - dreapta de rostogolire; 1,2,3 - liniile de contact.

Angrenajul melc globoidal - roată globoidală, datorită câmpului de angrenare și condițiilor de ungere, au capacitatea portantă mare dar necesită răcire corespunzătoare în funcționare. Pentru executarea acestora trebuie scule și mașini speciale. De asemenea pregătirea tehnologică trebuie să fie de înalt nivel.

4.3.2. Tipuri de angrenaje melcate cilindrice

În funcție de procedeul de prelucrare, flancurile dinților la melcii cilindrici sunt suprafețe elicoidale de diferite tipuri

prezentate în STAS 6845-81 și în figura 4.6. Tipul ZA (figura 4.6, a) se prelucrează cu un cuțit de formă trapezoidală având muchiile așchietoare în secțiunea axială a melcului. În secțiune frontală (secțiune perpendiculară pe axa melcului) profilul dintelui este o spirală arhimedică. Melcul de tip ZA se poate prelucra, cu aproximație bună, și cu cuțit roată cu flancuri evolventice, având muchiile așchietoare în secțiune axială.

Tipul ZN (figura 4.6, b) se prelucrează cu un cuțit de formă trapezoidală având muchiile așchietoare într-un plan normal pe elicea medie a golului. Acest tip de melc se poate prelucra, cu aproximație, și cu freză deget sau freză disc profilată de diametru mic.

Tipul ZK (figura 4.6, c) se prelucrează cu o sculă dublu conică care în secțiune axială are formă trapezoidală. Între axa melcului și axa discului conic este unghiul de ridicare γ_m . Perpendiculara comună dintre cele două axe trece prin linia elicoidală de pe cilindru de divizare așezat în mijlocul golului dintre dinți. Profilul flancului dintelui în secțiune axială este puțin convex.

Tipul ZI (figura 4.6, d) are unghiul de înclinare $\beta = 90^\circ - \gamma_m$ mare, iar în secțiunea frontală flancul dintelui melcului este după o

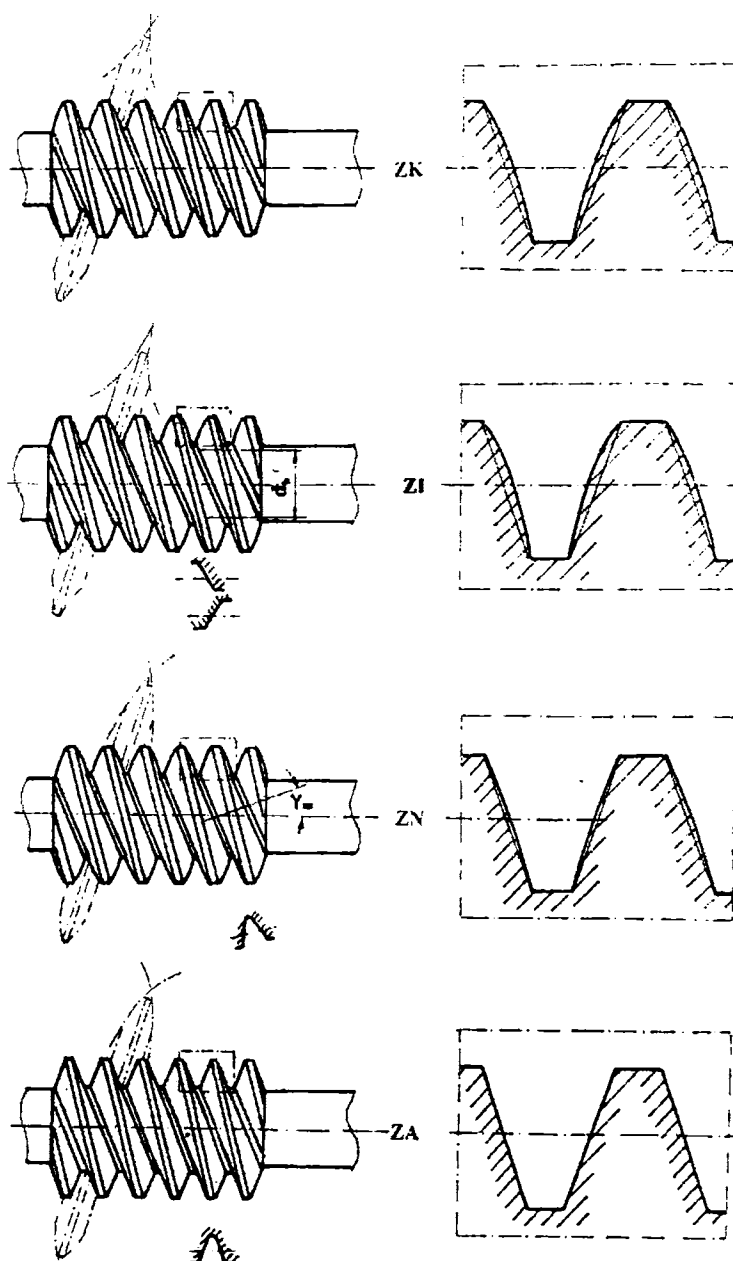


Fig. 4.8. Secțiunile axiale ale melcilor de diferite tipuri.

evolventă. Acest tip de melc se prelucerează cu discuri plane, având axa înclinată cu unghiul α față de un plan care trece prin axa melcului. Între axa discului și axa melcului este unghiul γ_m .

În literatura de specialitate se mai întâlnește și melcul cu profil concav în secțiunea axială. Aceste angrenaje melcate de tip **ZT** (figura 4.7) au un randament bun, uzură redusă și durată de funcționare mare.

Secțiunile axiale ale melcilor de diferite tipuri și discurile de rectificat cu ajutorul cărora se obțin profilele acestora sunt prezentate în figura 4.8.

4.3.3. Dimesiunile geometrice ale angrenajelor melcate cu melc cilindric

Din figura 4.9, pasul axial al melcului este:

$$p_x = \pi m_x, \quad (4.1)$$

unde m_x este modulul axial al angrenajului melcat, cu valori standardizate în STAS 822-82.

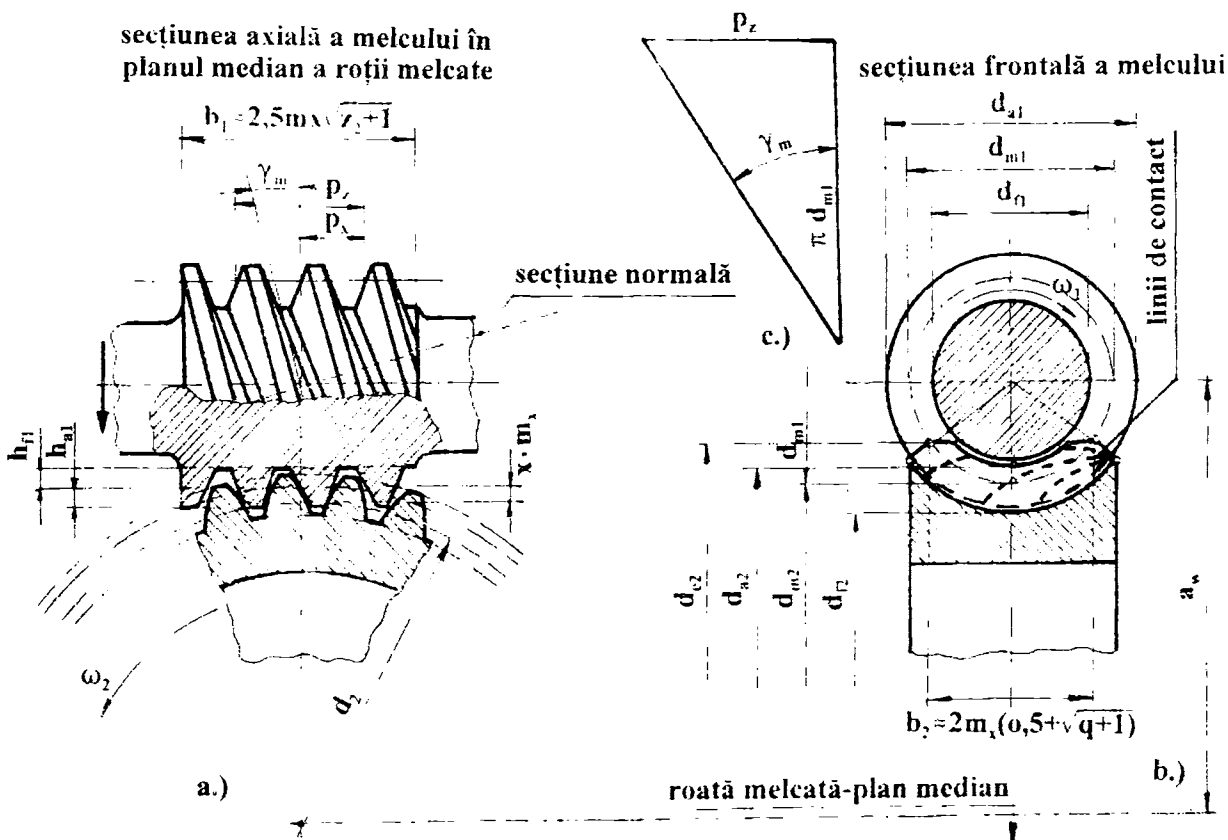


Fig. 4.9. Dimensiunile geometrice ale angrenajelor melcate cu melc cilindric.

Pasul elicoidal:

$$p_z = z_1 p_x, \quad (4.2)$$

unde z_1 este numărul de dinți ai melcului (numărul de începuturi).

Dacă se desfășoară linia elicoidală de pe cilindru cu diametrul d_{m1} (figura 4.9) se obține un triunghi dreptunghic, de unde se poate scrie:

$$\tan \gamma_m = \frac{p_z}{\pi d_{m1}} = \frac{z_1 \pi m_x}{\pi d_{m1}} = \frac{z_1}{\frac{d_{m1}}{m_x}} = \frac{z_1}{q}, \quad (4.3)$$

unde γ_m este unghiul de pantă al elicei melcului pe cilindrul cu diametrul d_{m1} (figura 4.9, c);

$q = \frac{d_{m1}}{m_x}$ - coeficientul diametral, cu valori standardizate în STAS 6845-82.

Diametrul de referință al melcului este:

$$d_{m1} = m_x q . \quad (4.4)$$

Diametrul cercului de cap al melcului:

$$d_{a1} = d_{m1} + 2 m_x h_a^* = m_x (q + 2 h_a^*) . \quad (4.5)$$

Diametrul cercului de picior al melcului:

$$d_f = d_{m1} - 2 h_f = d_{m1} - 2 m_x (h_a^* + c^*) = m_x (q - 2 h_a^* - 2 c^*) . \quad (4.6)$$

Diametrul de divizare al roții melcate (cercul de divizare este același cu cercul de rostogolire):

$$d_2 = m_{t2} z_2 = m_x z_2 . \quad (4.7)$$

Diametrul cercului de cap al roții melcate:

$$d_{a2} = m_x (z_2 + 2 h_a^* + 2 x) . \quad (4.8)$$

Diametrul cercului de picior al roții melcate:

$$d_f = m_x (z_2 - 2 h_a^* - 2 c^* + 2 x) . \quad (4.9)$$

Distanța dintre axe:

$$a_w = \frac{d_{m1} + d_{m2}}{2} = \frac{d_{m1} + d_2 + 2 x m_x}{2} = \frac{m_x (q + z_2 + 2 x)}{2} , \quad (4.10)$$

unde d_{m2} este diametrul mediu al roții melcate și are valoarea $d_{m2} = d_2 + 2 x m_x$.

Deplasarea specifică a roții melcate este:

$$x = \frac{a_w - a}{m_x} = \frac{a_w}{m_x} - 0,5 (q + z_2) , \quad (4.11)$$

unde a este distanța axială elementară care se calculează cu relația:

$$a = \frac{m_x (q + z_2)}{2} . \quad (4.12)$$

Se recomandă ca deplasarea specifică a roții melcate să fie cuprinsă în intervalul:

$$-1 \leq x \leq 1$$

Înălțimea dintelui:

$$h = \frac{d_{a1} - d_f}{2} = \frac{d_{a2} - d_f}{2} = m_x (2 h_a^* + c^*) , \quad (4.13)$$

unde $h_a^* = 1$ este coeficientul înălțimii capului dintelui;

$c^* = 0,2 \dots 0,3$ - coeficientul jocului radial.

Lungimea melcului:

$$b_1 \approx 2,5 m_x \sqrt{z_2 + 1} . \quad (4.14)$$

Lățimea roții melcate:

$$b_2 \approx 2 m_x (0,5 + \sqrt{q + 1}) . \quad (4.15)$$

4.3.4. Cinematica angrenajelor melcate cu melc cilindric

Pe parcursul angrenării dinților între flancurile acestora apar alunecări. Mărimea vitezei de alunecare se poate determina din figura 4.10, a.

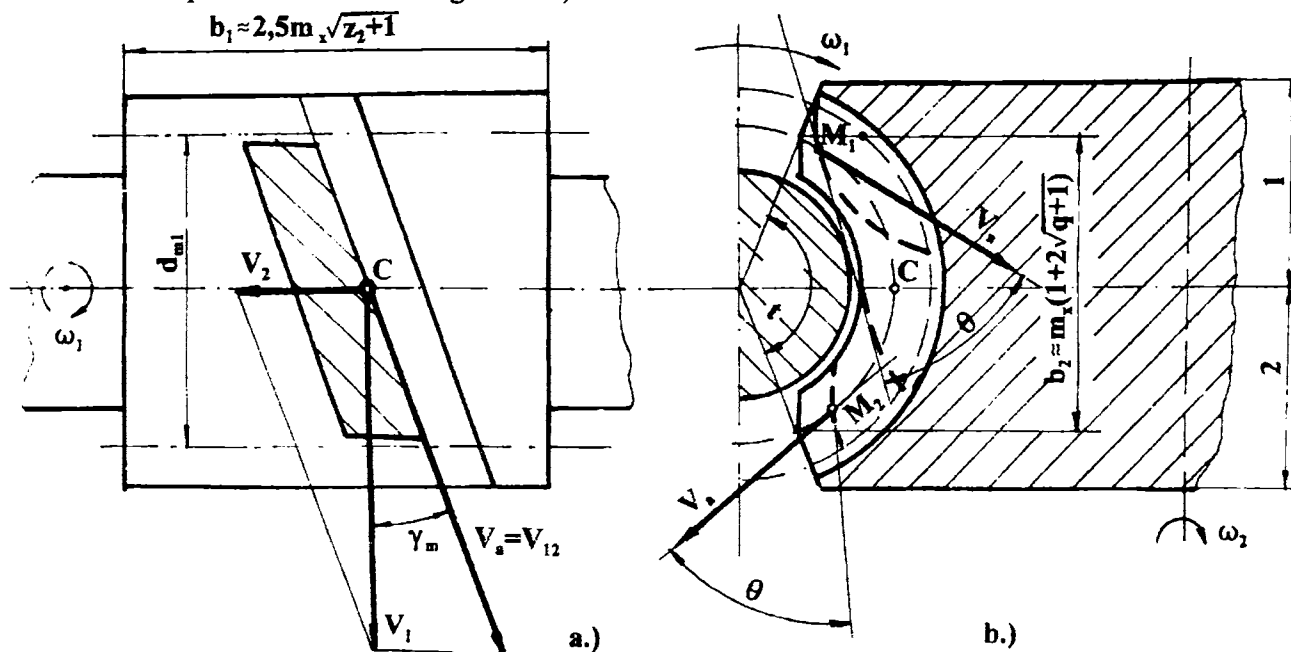


Fig. 4.10. Vitezele în angrenajul melcat cilindric: a) vitezele în punctul C; b) unghiul format de viteza de alunecare cu tangenta la curba de contact.

$$\text{Viteza periferică a melcului } V_1 = \omega_1 \frac{d_{m1}}{2} .$$

$$\text{Viteza periferică a roții melcate } V_2 = V_1 \tan \gamma_m = \omega_1 \frac{d_{m1}}{2} \tan \gamma_m .$$

Raportul de transmitere:

$$i_{12} = u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\frac{2 V_1}{d_2}}{\frac{2 V_2}{d_1}} = \frac{V_1 d_2}{V_2 d_1} = \frac{V_1 m_x z_2}{V_1 m_x q \tan \gamma_m} = \frac{z_2}{q \frac{z_1}{q}} = \frac{z_2}{z_1} . \quad (4.16)$$

La angrenajele melcate se recomandă:

$$5 \leq u \leq 70 ,$$

dar în mod obișnuit:

$$15 \leq u \leq 50 .$$

$$\text{Viteza de alunecare } V_s = \frac{V_1}{\cos \gamma_m} = \frac{\omega_1 d_1}{2 \cos \gamma_m} .$$

Se poate observa că $V_s > V_1$. Între flancurile dinților apar alunecări mari, ceea ce favorizează tendința de gripare a angrenajului.

Griparea mai este influențată și de dispunerea liniilor de contact (liniile întrerupte în figura 4.10, b).

Pe zona de intrare în angrenare ① (figura 4.10, b) unghiul dintre viteza de alunecare și tangenta la curba de contact în M_1 este mic, ceea ce influențează nefavorabil formarea peliculei de lubrifiant între flancurile dinților. Condițiile de ungere sunt mult mai favorabile pe zona de ieșire din angrenare ② (figura 4.10, b) unde unghiul θ se apropie de 90° . Pentru îmbunătățirea situației sau găsit diferite soluții cum sunt: executarea angrenajelor melcate cu deplasări de profil negative de $x = -1$ sau chiar $-1,5$; eliminarea zonei de intrare în angrenare, dacă angrenajul (melcul) se rotește într-un singur sens; executarea angrenajelor melcate de tip Cavex (melcul cu profil concav) și altele.

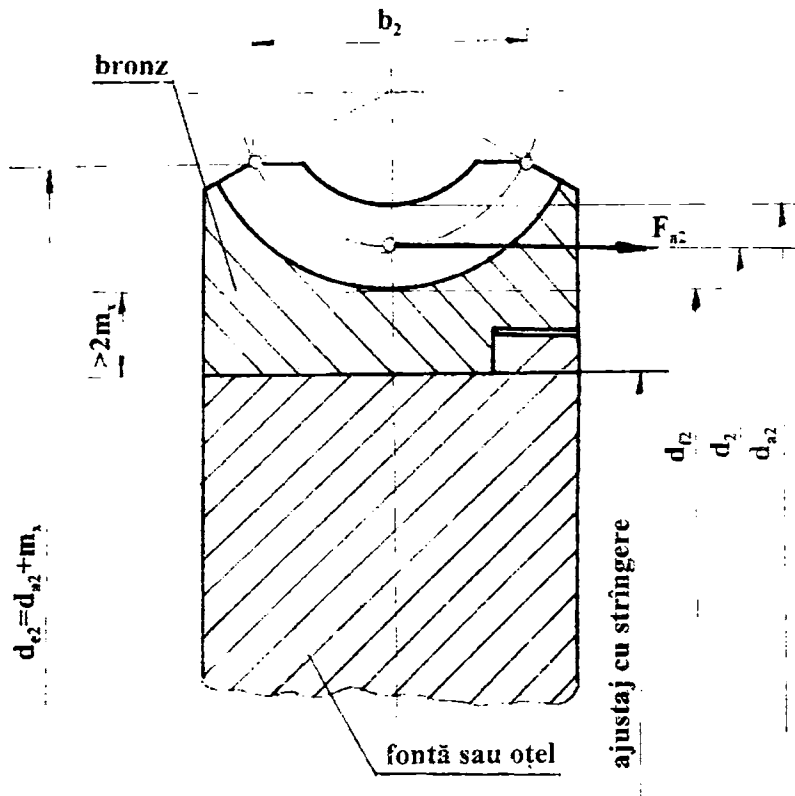


Fig. 4.11. Roată melcată executată din două bucăți.

integral din bronz, iar cele cu diametrul mai mare de 200 mm se fac din două bucăți (figura 4.11) cu butucul roții din fontă sau oțel iar coroana dințată din bronz.

Ținând seamă de condițiile de ungere nefavorabile materialele recomandate pentru angrenajele melcate sunt:

- pentru melc oțel aliat sau oțel carbon de calitate cementat și călit, obținându-se o duritate pe flancul spirei HRC = 58...63. După tratamentul termic de cementare și călire, flancul melcului se rectifică. Melcul poate fi executat și din oțel de îmbunătățire obținând o duritate pe flancuri de circa (45...55)HRC. În acest caz flancul poate rămâne nerezificat

- roata melcată se execută din bronz și în cazuri mai rare din fontă antifricțiune sau fontă cenușie. Roțile melcate cu diametrul mai mic de 200 mm se execută

4.3.5. Calculul de rezistență a angrenajelor melcate cilindrice

4.3.5.1. Calculul forțelor

Sarcina se transmite de la melc la roata melcată sau invers și se repartizează pe toată lungimea liniilor de contact. Forța rezultantă se consideră că acționează în centrul forțelor. În timpul angrenării lungimea totală a liniilor de contact variază și centrul forțelor distribuite pe aceste linii nu este fix iar forța rezultantă variază. În mod convențional se consideră că forța rezultantă acționează în punctul C, unde perpendiculară comună dintre axe întâlnește cilindrul cu diametrul d_{m2} la roata melcată (figura 4.12).

Forța tangențială pe roata melcată este:

$$F_{t2} = \frac{2 T_2}{d_{m2}} = \frac{2 T_2}{m_x (z_2 + 2 x)} \quad (4.17)$$

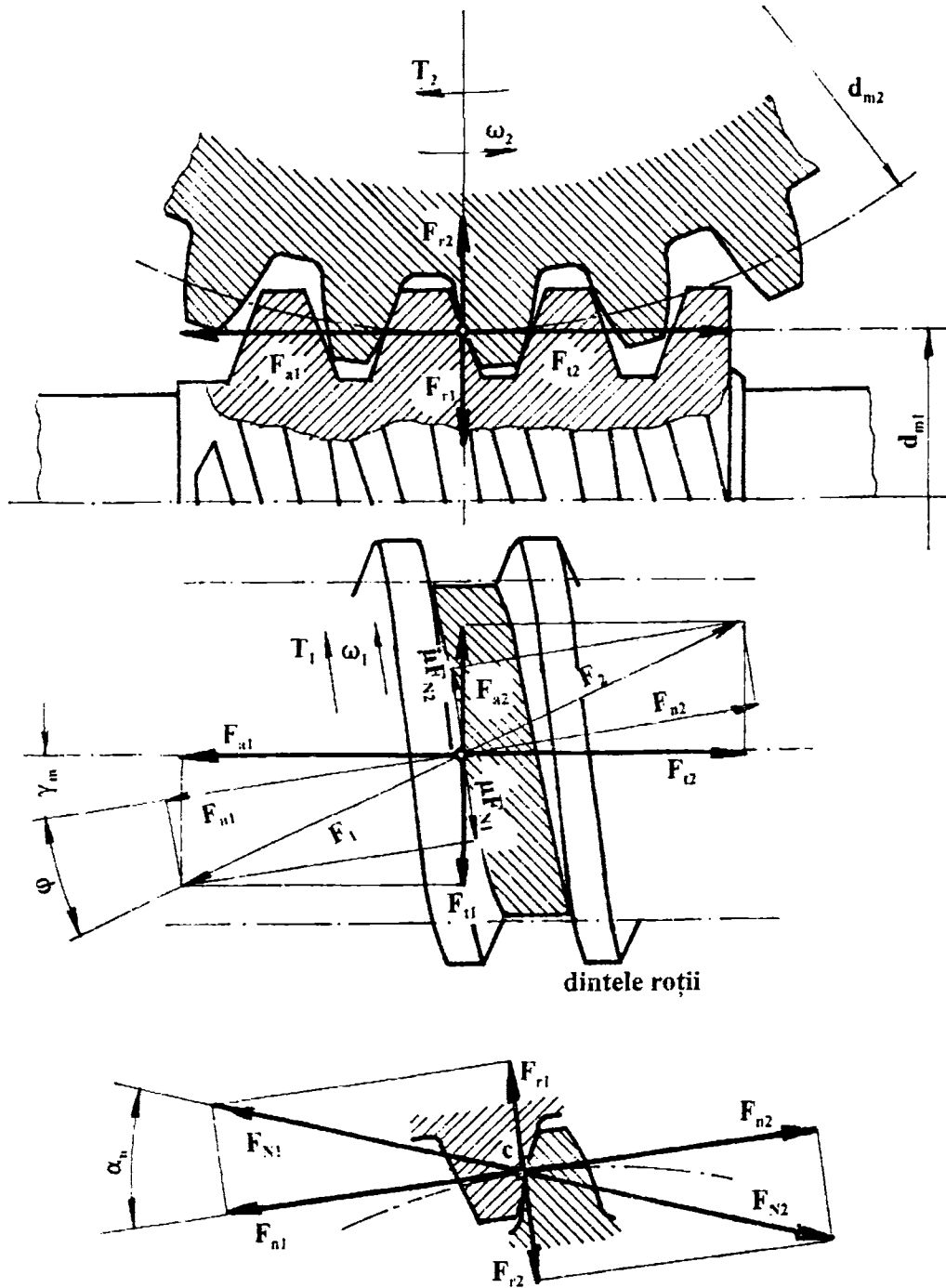


Fig. 4.12. Forțele în angrenajul melcat cu melc cilindric.

Forța radială pe roata melcată este:

$$F_{r2} = F_{nr} \tan \alpha_n = F_2 \cos \varphi \tan \alpha_n = F_{t2} \frac{\cos \varphi \tan \alpha_n}{\cos (\gamma_m + \varphi)} . \quad (4.18)$$

Forța axială pe roata melcată este:

$$F_{a2} = F_{t2} \tan (\gamma_m + \varphi) . \quad (4.19)$$

Din condiția de echilibru rezultă forțele pe melc.

Forța tangențială pe melc:

$$F_{t1} = F_{a2} . \quad (4.20)$$

Forța radială pe melc:

$$F_{r1} = F_{r2} . \quad (4.21)$$

Forța axială pe melc:

$$F_{a1} = F_{a2} \quad (4.22)$$

Randamentul angrenajului melcat se determină cu relația:

$$\eta_z = \frac{F_{t2} V_2}{F_{t1} V_1} = \frac{\tan \gamma_m}{\tan (\gamma_m + \varphi)} \quad (4.23)$$

Ținând seamă de faptul că $\tan \gamma_m = \frac{z_1}{q}$, relația randamentului se poate pune sub forma:

$$\eta_z = \frac{z_1}{q \tan (\gamma_m + \varphi)} \quad (4.24)$$

Din relația (4.24) rezultă că pentru valori mici ale coeficientului diametral q se obțin valori mai ridicate pentru randamentul η_z și invers.

Pentru valori mici ale coeficientului diametral q melcul nu este suficient de rigid, motiv pentru care se recomandă în cazul construcției melcului din același material cu arborele $q \geq 5$, iar pentru melcul montat pe arbore $q \geq 10$.

În cazul când elementul motor este roata melcată, adică mișcarea și sarcina se transmit de la roată la melc, randamentul angrenajului melcat este:

$$\eta_z = \frac{\tan (\gamma_m - \varphi)}{\tan \gamma_m} \quad (4.25)$$

La angrenajele melcate, melcul și roata melcată au înclinația spirelor respectiv danturii pe aceeași parte. În figura 4.12 melcul are spirele (dinții) înclinate pe dreapta și roata melcată are dinții înclinați pe dreapta.

4.3.5.2. Calculul angrenajelor melcate la presiune de contact

Pentru predimensionarea angrenajelor melcate se poate calcula distanța dintre axe cu relația:

$$a \approx 75 \sqrt[3]{\frac{T_2}{\sigma_{Hlim}^2}} \approx 16 \cdot 10^3 \sqrt[3]{\frac{P_2}{n_2 \sigma_{Hlim}^2}} \quad (4.26)$$

unde T_2 este momentul condus (pe roata melcată), în Nmm;
 σ_{Hlim} - presiunea de contact limită, în N/mm² (tabelul 4.2);
 P_2 - puterea pe elementul condus (roata melcată), în kW;
 n_2 - turația roții conduse, în rot/min.

Presiunile de contact limită se pot alege din tabelul 4.2 pentru melc din oțel și roată din bronz sau fontă.

Valori de rezistență pentru roți melcate

Tabelul 4.2.

Nr. crt.	Materialul roții melcate	STAS	Duritatea flancului	U_{lim}	σ_{Hlim}	E	Z_E
				N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	$\sqrt{N/mm^2}$
1.	Cu Sn 12 N	197/2-76	80 HB	115	265	88300	147
2.	Cu Sn 12 F	197/2-76	95 HB	190	425	88300	147
3.	Cu Sn 14 F	197/2-76	115 HB	180	370	92700	150
4.	CuAl9 Fe 5 Ni 5 F	198/2-81	160 HB	377	660	112600	164
5.	Fe 250 N	568-82	250 HB	150	350	98100	152
6.	Fgn 700-2 N		260 HB	628	490	175000	182

N - turnat în nisip; F - turnat centrifugal

Valorile din tabel sunt valabile pentru melc rectificat și călit la HRC 60±2. Pentru melc

ANGRENAJE CU AXE ÎNCRUCIȘATE

corectificat valorile lui σ_{Hlim} date în tabel se înmulțesc cu 0,75.

Numărul de începuturi ale melcului se poate alege prin rotunjire la valoare întreagă, în funcție de distanța axială calculată a (în mm), din relația:

$$z_1 \approx \frac{1}{u} (7 + 2,4 \sqrt{a}) . \quad (4.27)$$

Numărul de dinți ai roții:

$$z_2 = u z_1 .$$

Diametrul de divizare preliminar al melcului:

$$d'_{m1} \approx \psi_a a ,$$

unde se recomandă pentru $\psi_a \approx 0,3 \dots 0,5$.

Diametrul de divizare preliminar al roții:

$$d'_2 = 2a - d'_{m1} .$$

Modulul axial al melcului:

$$m_x = \frac{d'_2}{z_2} .$$

Valoarea calculată a modulului se rotunjește la o valoare standardizată m_{xSTAS} , alegându-se în același timp și o valoare standardizată pentru coeficientul diametral q , pe baza tabelului 4.3.

Valorile recomandate pentru coeficientului diametral q în funcție de modulul axial m_x Tabelul 4.3.

m_x	1...1,6	2...2,5	3...4	5...6,3	7...10	12...16	20...25
q	12 <u>14</u> 16	10 <u>12</u> 14	10 <u>11</u> 12	9 <u>10</u> 11	9 <u>10</u> 11	8 <u>9</u> 10	7 <u>8</u> 9

Coeficienții diametrali standardizați sunt de preferat, iar dacă este posibil valorile subliniate.

Se recalculează distanța dintre axe elementară:

$$a = \frac{m_{xSTAS} (q + z_2)}{2} . \quad (4.28)$$

În cazul când se impune ca distanța axială să fie standardizată, din STAS 6055-82 se alege valoarea apropiată superioară și se calculează deplasarea specifică de profil a roții melcate:

$$x = \frac{a_{STAS} - a}{m_{xSTAS}} . \quad (4.29)$$

Se recomandă ca deplasarea de profil să fie cuprinsă în intervalul:

$$-1 \leq x \leq 1$$

Cu valorile determinate m_{xSTAS} , q , x , z_1 și z_2 se calculează dimensiunile geometrice ale angrenajului utilizând relațiile (4.1)...(4.15).

4.3.5.3. Verificarea la presiune de contact (metoda Niemann)

Verificarea la presiune de contact constă în calculul coeficientului de siguranță, astfel:

$$S_H = \frac{\sigma_{Hlim} Z_b Z_N}{Z_E Z_p \sqrt{T_2 \frac{K_A}{a_{STAS}^3}}} \geq S_{Hmin} , \quad (4.30)$$

unde Z_h este factorul de funcționare și se calculează cu relația:

$$Z_h = \left(\frac{25000}{L_h} \right)^{1/6} \leq 1,6 ,$$

unde L_h este durata de funcționare impusă, în ore;

Z_N - factorul de variație a sarcinii, dat de relația:

$$Z_N = \left(\frac{8}{n_2 + 8} \right)^{1/8} ;$$

n_2 - turația roții melcate, în rot/min;

Z_k - factorul de material având date valorile în tabelul 4.2;

Z_p - factorul de contact, dat de relația:

$$Z_p \approx 5,5 - 11 \left(\frac{d_{m1}}{a_{STAS}} \right) + 10 \left(\frac{d_{m1}}{a_{STAS}} \right)^2 ,$$

pentru cazul în care este îndeplinită condiția:

$$0,2 < \left(\frac{d_{m1}}{a_{STAS}} \right) < 0,6 ;$$

T_2 - momentul de torsiune pe roata melcată, în Nmm;

K_A - factorul regimului de funcționare (tabelul 2.1);

$S_{Hmin} = 1...1.3$ - coeficientul de siguranță pentru solicitarea la presiune de contact.

4.3.5.4. Verificarea dintelui roții melcate la încovoiere

Coeficientul de siguranță pentru solicitarea de încovoiere a dintelui este:

$$S_F = \frac{U_{lim} m_{xSTAS} b_2}{F_t K_A} \geq S_{Fmin} \geq 1 , \quad (4.31)$$

unde U_{lim} este efortul unitar limită pentru solicitarea de încovoiere (tabelul 4.2);

b_2 - lățimea de calcul la încovoiere, dat de relația:

$$b_2 \approx 2 m_{xSTAS} (0,5 + \sqrt{q + 1}) .$$

4.3.5.5. Verificarea angrenajului melcat la încălzire

Coeficientul de siguranță termic este definit astfel:

$$S_\theta = \frac{\theta_{lim}}{\theta} \approx \left(\frac{a_{STAS}}{10} \right)^2 \frac{q_1 q_2 q_3 q_4}{136 P_1} \geq 1 , \quad (4.32)$$

unde a_{STAS} este distanța axială, în mm;

$\theta_{lim} \approx 80^\circ C$ - temperatura limită;

θ - temperatura de funcționare;

P_1 - puterea pe arborele melcului, în kW;

q_1 - coeficientul de răcire dacă $200 \text{ rot/min} < n_1 < 2000 \text{ rot/min}$, dat de relația:

$$q_1 = \left(1 + \frac{Y}{1 + Y} \right) \left(\frac{100}{ED} + Y \right) ,$$

unde $Y = 0,014 n_1^{2/3}$ pentru funcționare fără răcire;

$Y = 0,031 n_1^{2/3}$ pentru funcționare cu răcire (ventilator);

ED - durata de funcționare în procente în timp de 24 ore;

q_2 - coeficientul raportului de transmitere (melcul element motor), pentru $5 < i_{12} = u < 60$, calculat cu relația:

$$q_2 = 1,33 - 3,77 \cdot 10^{-2} i_{12} + 3,43 \cdot 10^{-4} i_{12}^2 ;$$

q_3 - coeficientul cuplului de materiale melc-roată melcată, dat în tabelul 4.4.

q_4 - coeficientul de construcție, care, în funcție de poziția melcului, ia valorile:

- melcul jos (melcul ridică uleiul) $q_4 = 1$;
- melcul sus (roata ridică uleiul) $q_4 = 0,8$.

Valorile coeficientului cuplului de materiale q_3 Tabelul 4.4.

Melc	Roată melcată	q_3
Oțel călit și rectificat	Cu-Sn Bronz centrifugat	1.00
	Aliaj de aluminiu	0.87
	Fontă cenușie	0.80
Melc îmbunătățit și necălit	Cu-Sn Bronz	0.67
	Aliaj de aluminiu	0.58
	Fontă cenușie	0.55

4.3.5.6. Verificarea arborelui melcului la deformații

Datorită forțelor care acționează pe arborele melcului, în timpul transmiterii sarcinii, acesta se deformează (figura 4.13) și ca urmare condițiile de angrenare se deteriorează.

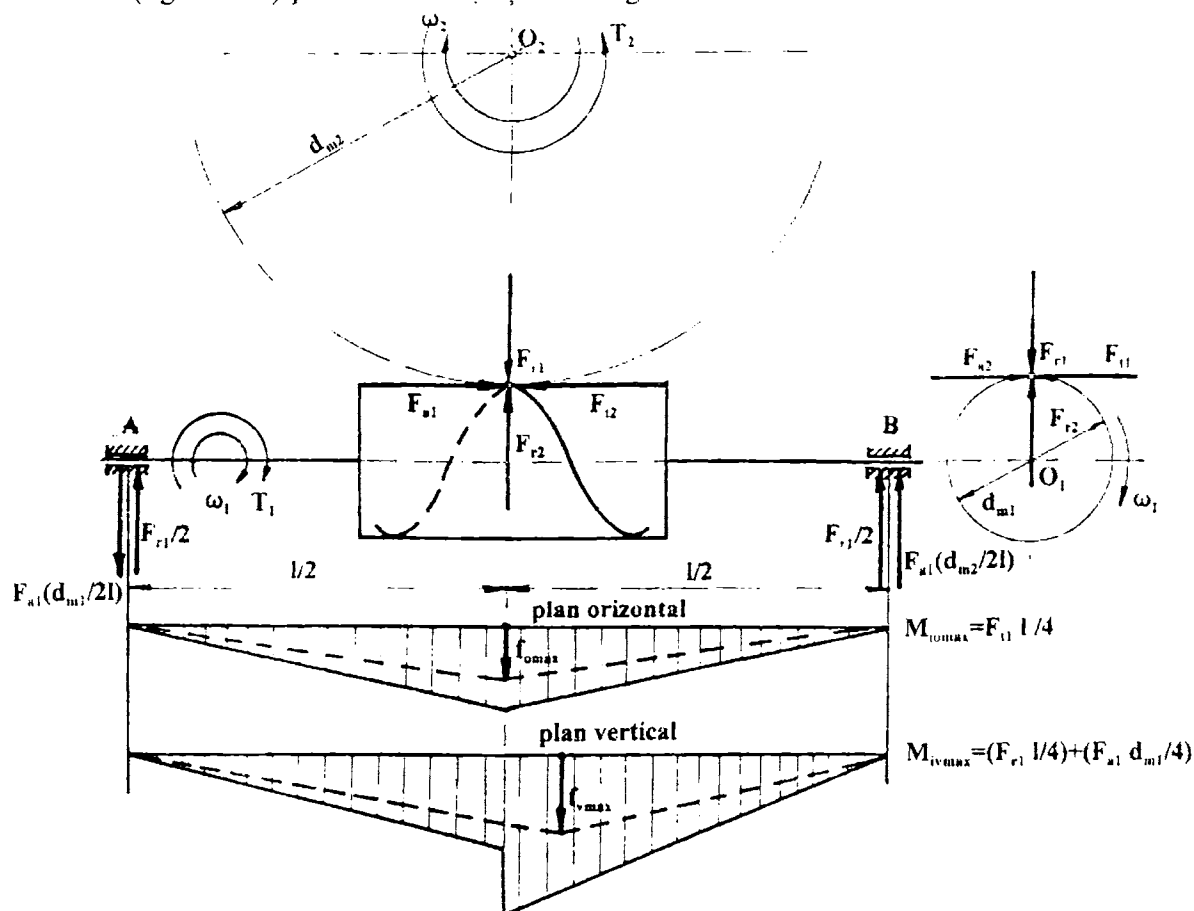


Fig. 4.13. Deformarea arborelui melcului sub efectul forțelor.

Pentru ca deformația să nu influențeze mult asupra condițiilor de angrenare se verifică

coeficientul de siguranță la încovoiere astfel:

$$S_D = \frac{f_{lim}}{f_{max}} \geq 0,5...1, \quad (4.33)$$

unde $f_{lim} = 0,004 m_{STAS}$ pentru melc călit,

$f_{lim} = 0,01 m_{STAS}$ pentru melc îmbunătățit.

Deformația maximă în plan orizontal este:

$$f_{omax} = \frac{F_{dl} l^3}{48 E J}. \quad (4.34)$$

Deformația maximă în plan vertical este:

$$f_{vmax} \approx \frac{F_{rl} l^3}{48 E J}. \quad (4.35)$$

Deformația maximă rezultantă este:

$$f_{max} = \sqrt{f_{omax}^2 + f_{vmax}^2} = \frac{l^3}{48 E J} \sqrt{F_{dl}^2 + F_{rl}^2}. \quad (4.36)$$

Distanța dintre reazeme se poate lua $l \approx 1,5 a$ iar momentul de inerție:

$$J \approx \frac{\pi d_{ml}^4}{64}.$$

Momentul încovoiitor maxim se obține astfel:

$$M_{imax} = \sqrt{M_{iomax}^2 + M_{ivmax}^2} = \sqrt{\left(\frac{F_{dl} l}{4}\right)^2 + \left(\frac{F_{rl} l}{4} + \frac{F_{al} d_{ml}}{2}\right)^2}. \quad (4.37)$$

Eforturile unitare la solicitarea de încovoiere și torsiune sunt:

$$\sigma_i = \frac{M_{imax}}{W_z} = \frac{32 M_{imax}}{\pi d_{ml}^3}, \quad \tau_t = \frac{M_t}{W_p} = \frac{16 M_t}{\pi d_{ml}^3}.$$

Efortul unitar echivalent este:

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_i^2 + 4 \tau_t^2} \leq \sigma_{ia}. \quad (4.38)$$

Reacțiunile rezultante în reazemele A și B sunt:

$$R_A = \sqrt{\left(\frac{F_{dl}}{2}\right)^2 + \left(\frac{F_{rl}}{2} - \frac{F_{al} d_{ml}}{2 l}\right)^2}, \quad (4.39)$$

și

$$R_B = \sqrt{\left(\frac{F_{dl}}{2}\right)^2 + \left(\frac{F_{rl}}{2} + \frac{F_{al} d_{ml}}{2 l}\right)^2}. \quad (4.40)$$

4.3.5.7 Randamentul angrenajelor melcate

Randamentul total al angrenajelor melcate este dat de relația:

$$\eta_t = \eta_z \eta_{Lt} \eta_{Dt}. \quad (4.41)$$

Randamentul danturii η_z se determină cu relația (4.23) unde unghiul de frecare se obține astfel:

$$\varphi = \arctan \frac{\mu}{\cos \alpha_n} = \arctan \mu', \quad (4.42)$$

ANGRENAJE CU AXE ÎNCRUCIȘATE

sau din tabelul 4.5.

Valorile coeficientului de frecare la angrenaje melcate

Tabelul 4.5.

V_s în m/s	< 0,5	5	1	2	4	6	10	>10
$\mu' \approx$	0,06	0,05	0,04	0,035	0,025	0,02	0,018	0,015
$\varphi \approx$	3,5°	3°	2,3°	2°	1,4°	1,1°	1°	1°

Randamentele lagărelor η_{L1} și a elementelor de etanșare η_{D1} se stabilesc pe baza celor arătate în paragraful 2.16.

Valori orientative pentru randamentul total al unui angrenaj melcat se dau în tabelul 4.6 în funcție de numărul de începuturi al melcului.

Tabelul 4.6.

z_1	1	2	3	4
η_t	0,7	0,8	0,85	0,9

Exemplu de calcul 4.1

Să se calculeze angrenajul melcat cu melc cilindric cu unghiul de încrucișare a axelor $\Sigma = 90^\circ$, cunoscând puterea pe arborele roții melcate $P_2 = 5 \text{ kW}$, turația melcului $n_1 = 960 \text{ rot/min}$ și turația roții melcate $n_2 = 50 \text{ rot/min}$, materialul roții melcate Cu Sn 12 turnat centrifugal și melcul nerezecificat pentru care $\sigma_{Hlim} = 0,75 \cdot 425 = 318,75 \text{ N/mm}^2$ (tabelul 4.2).

Rezolvarea

Distanța dintre axe:

$$a \approx 16 \cdot 10^3 \sqrt[3]{\frac{P_2}{n_2} \sigma_{Hlim}^2} = 16 \cdot 10^3 \sqrt[3]{\frac{5}{50} 318,75^2} = 159,1548 \text{ mm} .$$

Numărul de începuturi ale melcului:

$$z_1 \approx \frac{1}{u} (7 + 2,4 \sqrt{a}) = \frac{1}{\frac{960}{50}} (7 + 2,4 \sqrt{159,1548}) = 1,9415404 \approx 2 .$$

Numărul de dinți ai roții melcate:

$$z_2 = u z_1 = \frac{n_1}{n_2} z_1 = \frac{960}{50} 2 = 38,5 \approx 39 .$$

Raportul de angrenare efectiv este:

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{39}{2} = 19,5 .$$

Raportul de angrenare standardizat $u_{STAS} = 20$ (după STAS 6012-92).

Abaterea raportului de angrenare:

$$\Delta u = \frac{u_{STAS} - u}{u_{STAS}} = \frac{20 - 19,5}{20} = 0,025 ,$$

$$\Delta u\% = 2,5\% \in [-3\%; 3\%] \text{ pentru } u_{STAS} > 4 .$$

Diametrul de divizare preliminar al melcului:

$$d'_{ml} \approx \psi_a a = 0,5 \cdot 159,1548 = 63,66192 \text{ mm} .$$

Diametrul de divizare preliminar al roții melcate:

$$d_2 = 2a - d'_{m1} = 2 \cdot 159,1548 - 63,66192 = 254,64768 \text{ mm}.$$

Modulul axial a melcului:

$$m_x = \frac{d_2}{z_2} = \frac{254,64768}{39} = 6,5294277 \text{ mm}.$$

Modulul standardizat se va alege $m_{xSTAS} = 8 \text{ mm}$, iar coeficientul diametral $q = 10$, din tabelul 4.3.

Distanța axială elementară:

$$a = \frac{m_{xSTAS}(q + z_2)}{2} = \frac{8(10 + 38)}{2} = 196 \text{ mm}.$$

Dacă se impune ca distanța dintre axe să fie standardizată (cazul reductoarelor) din STAS 6055-82 se alege $a_{STAS} = 200 \text{ mm}$.

Deplasarea specifică de profil:

$$x = \frac{a_{STAS} - a}{m_{xSTAS}} = \frac{200 - 196}{8} = 0,5.$$

Diametrele medii:

$$\begin{aligned} d_{m1} &= m_{xSTAS} q = 8 \cdot 10 = 80 \text{ mm}, \\ d_{m2} &= m_{xSTAS}(z_2 + 2x) = 8(39 + 2 \cdot 0,5) = 320 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Verificare:

$$a_{STAS} = \frac{d_{m1} + d_{m2}}{2} = \frac{80 + 320}{2} = 200 \text{ mm}.$$

Diametrele cercurilor de cap:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= m_{xSTAS}(q + 2h_a^*) = 8(10 + 2 \cdot 1) = 96 \text{ mm}, \\ d_{a2} &= m_{xSTAS}(z_2 + 2h_a^* + 2x) = 8(39 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,5) = 336 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Diametrele cercurilor de picior:

$$\begin{aligned} d_{f1} &= m_{xSTAS}(q - 2h_a^* - 2c^*) = 8(10 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,25) = 60 \text{ mm}, \\ d_{f2} &= m_{xSTAS}(z_2 - 2h_a^* - 2c^*) = 8(39 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,5) = 300 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Înălțimea dintelui:

$$h = m_{xSTAS}(2h_a^* + c^*) = 8(2 \cdot 1 + 0,25) = 18 \text{ mm}.$$

Verificare:

$$\begin{aligned} h &= \frac{d_{a1} - d_{f1}}{2} = \frac{96 - 60}{2} = 18 \text{ mm}, \\ h &= \frac{d_{a2} - d_{f2}}{2} = \frac{336 - 300}{2} = 18 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Lungimea melcului:

$$b_1 \approx 2,5 m_{xSTAS} \sqrt{z_2 + 1} = 2,5 \cdot 8 \sqrt{39 + 1} = 126,49111 \text{ mm}.$$

Lățimea roții melcate:

$$b_2 \approx 2 m_{xSTAS}(0,5 + \sqrt{q + 1}) = 2 \cdot 8(0,5 + \sqrt{10 + 1}) = 61,065997 \text{ mm}.$$

Verificarea la presiune de contact:

$$S_H = \frac{\sigma_{Hlim} Z_h Z_N}{Z_E Z_p \sqrt{T_2 \frac{K_A}{a_{STAS}^3}}} = \frac{318,75 \cdot 1,165 \cdot 0,782}{147 \cdot 2,7 \sqrt{969850,44 \frac{1}{200^3}}} = 2,101 > S_{Hmin} = 1...1,3$$

$$Z_h = \left(\frac{25000}{L_H} \right)^{\frac{1}{6}} = \left(\frac{25000}{10000} \right)^{\frac{1}{6}} = 1,165;$$

$$Z_N = \left(\frac{8}{n_2 + 8} \right)^{\frac{1}{8}} = \left(\frac{8}{49,231 + 8} \right)^{0,125} = 0,782;$$

$$n_2 = \frac{n_1}{u} = \frac{960}{19,5} = 49,231 \frac{\text{rot}}{\text{min}};$$

$$Z_E = 147 \sqrt{\frac{N}{\text{mm}^2}} \text{ pentru melc din oțel și roată din CuSn 12 centrifugat};$$

$$Z_p = 5,5 - 11 \left(\frac{d_{ml}}{a_{STAS}} \right) + 10 \left(\frac{d_{ml}}{a_{STAS}} \right)^2 = 5,5 - 11 \left(\frac{80}{200} \right) + 10 \left(\frac{80}{200} \right)^2 = 2,7;$$

$$T_2 = \frac{30}{\pi} 10^6 \frac{P_2}{n_2} = \frac{30}{\pi} 10^6 \frac{5}{49,231} = 969850,44 \text{ Nmm};$$

$K_A = 1$ pentru funcționare fără șocuri (tabelul 2.1).

Verificare la încovoiere:

$$S_F = \frac{U_{lim} m_{xSTAS} b_2}{F_{t2} K_A} = \frac{190 \cdot 8 \cdot 61,066}{6061,565 \cdot 1} = 15,313 > S_{Fmin} = 1...1,3$$

unde $U_{lim} = 190 \text{ N/mm}^2$ pentru melc din oțel și roată melcată din CuSn 12 centrifugat (tabelul 4.2);

$m_{xSTAS} = 8 \text{ mm}$;

$b_2 = 61,066 \text{ mm}$;

$$F_{t2} = \frac{2 T_2}{d_{m2}} = \frac{2 \cdot 969850,44}{320} = 6061,565 \text{ N}.$$

Verificarea la încălzire;

$$S_\theta \approx \left(\frac{a_{STAS}}{10} \right)^2 \frac{q_1 q_2 q_3 q_4}{136 P_1} = \left(\frac{200}{10} \right)^2 \frac{8,455 \cdot 0,725 \cdot 0,67 \cdot 1}{136 \cdot 6,25} = 1,933 > 1$$

unde

$$q_1 = \left(1 + \frac{Y}{Y + 1} \right) \left(\frac{100}{ED} + Y \right) =$$

$$= \left(1 + \frac{0,014 n_1^{2/3}}{1 + 0,014 \cdot n_1^{2/3}} \right) \left(\frac{100}{ED} + 0,014 n_1^{2/3} \right) =$$

$$= \left(1 + \frac{0,014 \cdot 960^{2/3}}{1 + 0,014 \cdot 960^{2/3}} \right) \left(\frac{100}{25} + 0,014 \cdot 960^{2/3} \right) =$$

$$= 8,455;$$

$$q_2 = 1,33 - 3,77 \cdot 10^{-2} u + 3,43 \cdot 10^{-4} \cdot u^2 =$$

$$= 1,33 - 3,77 \cdot 10^{-2} \cdot 19,5 + 3,43 \cdot 10^{-4} \cdot 19,5^2 =$$

$$= 0,725;$$

$q_3 = 0,67$ pentru melc din oțel de îmbunătățire și roată melcată din bronz CuSn;

$q_4 = 1$ melcul jos;

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta_t} = \frac{5}{0,8} = 6,25 \text{ kW}.$$

Verificarea arborelui melcului la deformații:

$$S_D = \frac{f_{lim}}{f_{max}} = \frac{0,08}{0,00307099} = 26,050 > 1$$

unde $f_{lim} = 0,01 m_{xSTAS} = 0,01 \cdot 8 = 0,08 \text{ mm}$ pentru melc îmbunătățit;

$$f_{max} = \frac{l^3}{48 E J} \sqrt{F_d^2 + F_n^2} = \frac{300^3}{48 \cdot 2,06 \cdot 10^5 \cdot 2010619,3} \sqrt{1367,1369^2 + 2260,9727^2};$$

$$= 0,00307099 \text{ mm}$$

$$l \approx 1,5 a_{STAS} = 1,5 \cdot 200 = 300 \text{ mm};$$

$$E = 206000 \text{ N/mm}^2 \text{ pentru oțel};$$

$$J \approx \frac{\pi d_{m1}^4}{64} = \frac{\pi \cdot 80^4}{64} = 2010619,3 \text{ mm}^4;$$

$$F_{t1} = F_{a2} = F_{t2} \tan(\gamma_m + \varphi) = 6061,565 \cdot \tan(11,309932^\circ + 1,4^\circ) =$$

$$= 1367,137 \text{ N};$$

$$\tan \gamma_m = \frac{z_1}{q} = \frac{2}{10} = 0,20 \rightarrow \gamma_m = 11,309932^\circ;$$

$$V_a = \frac{v_1}{\cos \gamma_m} = \frac{\pi d_{m1} n_1}{60 \cdot 1000 \cos \gamma_m} = \frac{\pi \cdot 80 \cdot 960}{60 \cdot 1000 \cos 11,309932^\circ} =$$

$$= 4,101 \text{ m/s};$$

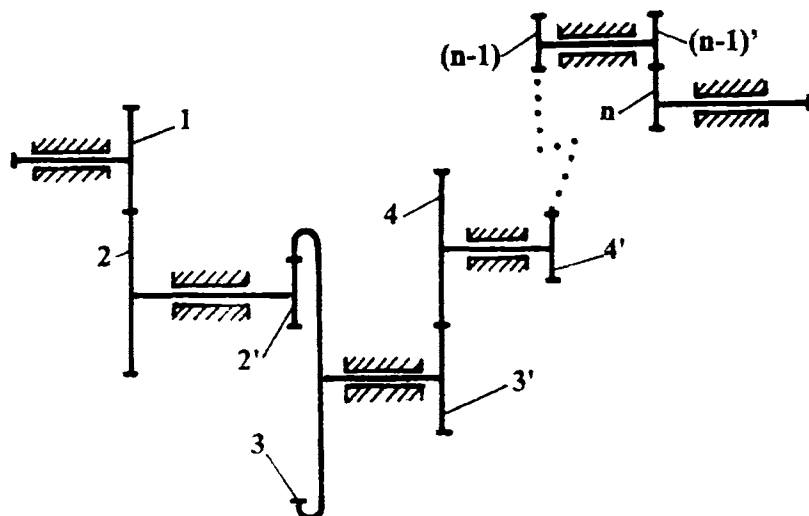
$$\varphi = 1,4^\circ \text{ pentru } V_a = 4,101 \text{ m/s (tabelul 4.4);}$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \frac{\cos \varphi \tan \alpha_n}{\cos(\gamma_m + \varphi)} = 6061,565 \frac{\cos 1,4^\circ \tan 20^\circ}{\cos(11,309932^\circ + 1,4^\circ)} =$$

$$= 2260,973 \text{ N}.$$

5. ANALIZA CINEMATICĂ A ANGRENAJELOR FORMATE DIN MAI MULTE PERECHI DE ROȚI DINȚATE

Se consideră lanțul cinematic format dintr-un număr oarecare de roți dințate, care execută mișcări de rotație în jurul axelor proprii (figura 5.1).



Mișcarea de rotație se transmite de la roata 1 la roata 2, care este legată rigid de 2', în continuare de la 2' la roata 3 legată rigid de 3', ș.a.m.d.

Raportul de transmitere al întregului lanț cinematic (mecanism compus din angrenaje) este:

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} \quad (5.1)$$

Fig. 5.1. Lanț cinematic format din mai multe perechi de roți dințate.

Rapoartele de transmitere ale treptelor

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} ; \quad i_{2'3} = \frac{\omega_{2'}}{\omega_3} ; \quad i_{3'4} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_4} ; \quad \dots ; \quad i_{(n-1)'n} = \frac{\omega_{(n-1)'}}{\omega_n} .$$

Înmulțind rapoartele obținute rezultă:

$$i_{12} \cdot i_{2'3} \cdot i_{3'4} \cdot \dots \cdot i_{(n-1)'n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = i_{1n} \quad (5.2)$$

S-a ținut seama că $\omega_2 = \omega_{2'}$; $\omega_3 = \omega_{3'}$; ș.a.m.d.

Din (5.2) rezultă că raportul de transmitere general al întregului mecanism este egal cu produsul rapoartelor parțiale ale fiecărei trepte.

Dacă în relația (5.2) se înlocuiesc rapoartele de transmitere parțiale cu numerele de dinți corespunzătoare rezultă:

$$i_m = (-1)^m \frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_4 \cdot \dots \cdot z_n}{z_1 \cdot z_2' \cdot z_3' \cdot \dots \cdot z_{(n-1)'}} , \quad (5.3)$$

unde m este numărul perechilor de roți dințate cu angrenare exterioară.

Cînd m este impar, i_m este negativ, adică prima și ultima roată se rotesc în sensuri contrare.

Legarea angrenajelor în trepte, ca în figura 5.1, se utilizează pentru obținerea unor rapoarte de transmitere mari.

Legarea angrenajelor se poate face și în serie, cazul prezentat în figura 5.2.

În acest caz raportul de transmitere general este:

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} \cdot \dots \cdot i_{(n-1)n} = (-1)^m \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \dots \cdot \frac{z_n}{z_{(n-1)}} = (-1)^m \frac{z_n}{z_1} \quad (5.4)$$

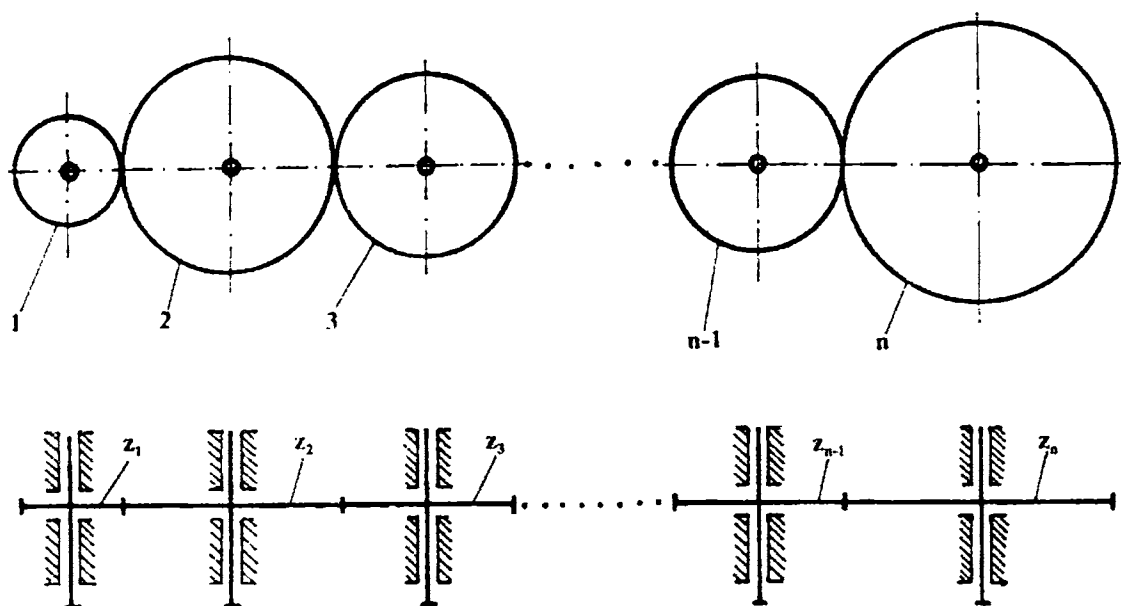


Fig. 5.2. Angrenaje legate în serie.

Se observă din relația (5.4) că raportul de transmitere general nu depinde de numărul de dinți al roților intermediare. Din acest motiv roțile intermediare se numesc roți parazite. În realitate aceste roți joacă un rol esențial deoarece schimbă sensul de rotație al roții conduse în caz de nevoie și asigură transmiterea mișcării de rotație la distanțe axiale mai mari.

6. ANGRENAJE PLANETARE

6.1. Noțiuni generale de structură

Se numesc angrenaje planetare angrenajele care conțin și roți dințate ale căror axe nu sunt fixe, ci execută o mișcare de rotație în jurul unei alte axe (figura 6.1).

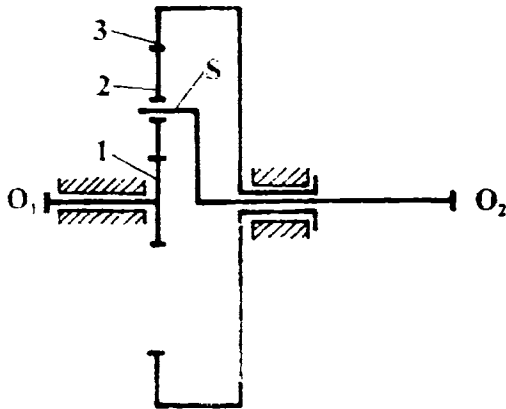


Fig. 6.1. Angrenaj planetar.

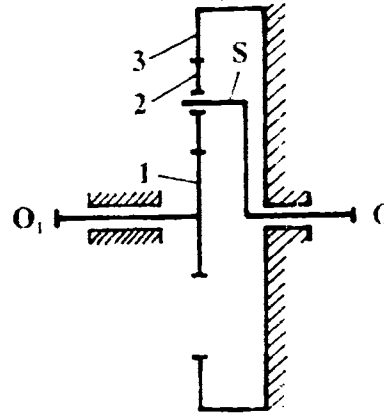


Fig. 6.2. Roata 3 fixă.

Roțile din angrenajul planetar montate pe axe mobile se numesc sateliți. Satelitul 2 din figura 6.1 execută o mișcare complexă, care se compune din mișcarea de rotație (mișcarea de transport) a barei S în jurul axei O_1, O_2 și

mișcarea de rotație relativă în jurul axei sale, adică execută o mișcare planetară. De aici rezultă și denumirea de angrenaje planetare.

Gradul de mobilitate al angrenajului planetar din figura 6.1 se determină astfel:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2, \quad (6.1)$$

unde n este numărul elementelor mobile ale angrenajului planetar ($n = 4$);

p_5 - numărul cuplelor cinematice de clasa 5, adică numărul lagărelor ($p_5 = 4$);

p_4 - numărul cuplelor cinematice de clasa 4, adică numărul punctelor de angrenare ($p_4 = 2$).

Angrenajele planetare cu două grade de mobilitate poartă denumirea de angrenaje diferențiale.

Dacă se fixează roata cu dantura interioară 3, atunci gradul de mobilitate se schimbă (figura 6.2) astfel:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1. \quad (6.2)$$

Angrenajele planetare pot fi formate și cu roți conice (figura 6.2).

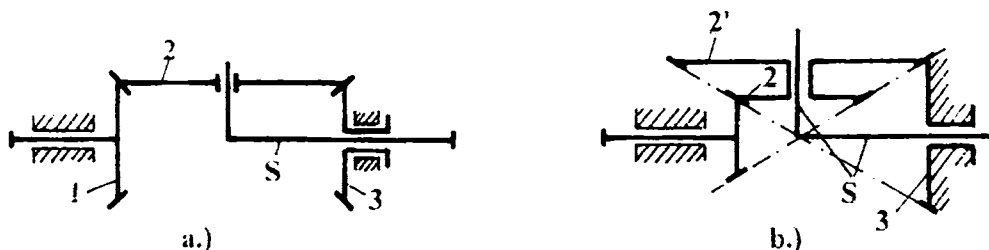


Fig. 6.3. Angrenaje planetare formate cu roți conice.

În etapa actuală angrenajele planetare se utilizează în construcția de mașini în domeniul automobilelor, mașinilor unelte, mașinilor de ridicat și transportat, etc.

Angrenajele planetare au următoarele avantaje:

- posibilitatea de realizare a unor rapoarte de transmitere mari la gabarite mici;
- construcție compactă și cu greutate mică;
- așezarea simetrică a sateliților poate reduce încărcarea pe lagăre (figura 6.3);
- randamente corespunzătoare chiar la rapoarte mari de transmitere.

6.2. Analiza cinematică a angrenajelor planetare

Caracteristica de bază a angrenajelor planetare o constituie prezența axelor mobile, din care cauză raportul de transmitere nu poate fi stabilit cu relația simplă dedusă la angrenajele cu axe fixe.

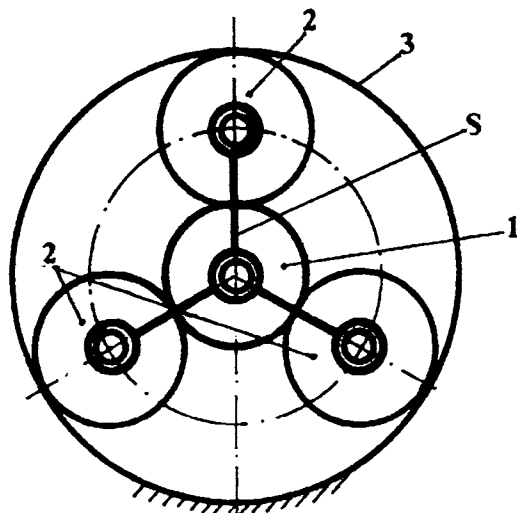


Fig. 6.4. Așezare simetrică a sateliților.

Pentru determinarea raportului de transmitere la angrenajele planetare se aplică metoda lui Willis, care constă în transformarea angrenajului planetar în angrenaj simplu printr-o suprapunere de mișcare. Pentru angrenajul planetar din figura 6.4 se presupune că roata 1 se rotește cu viteza unghiulară ω_1 , roata 3 cu viteza unghiulară ω_3 , și bară S cu viteza unghiulară ω_s . Mișcarea relativă a elementelor nu se schimbă dacă peste întreg sistemul se suprapune o mișcare de rotație în jurul axei centrale. Fie această mișcare de rotație suprapusă egală cu viteza unghiulară a barei S și dirijată în sens contrar, adică $-\omega_s$. Ca urmare, elementele angrenajului planetar vor avea următoarele viteze unghiulare:

$$\omega_1^S = \omega_1 + (-\omega_s) = \omega_1 - \omega_s,$$

$$\omega_3^S = \omega_3 + (-\omega_s) = \omega_3 - \omega_s,$$

$$\omega_s^S = \omega_s + (-\omega_s) = 0.$$

Astfel, după aplicarea vitezei unghiulare $-\omega_s$ bara S devine fixă, iar angrenajul planetar se transformă într-un angrenaj simplu, cu axe fixe. Raportul de transmitere al angrenajului planetar, în situația prezentată mai sus, ținând seama că roata motoare este 1, devine:

$$i_{13}^S = \frac{\omega_1^S}{\omega_3^S} = \frac{\omega_1 - \omega_s}{\omega_3 - \omega_s} = -\frac{z_3}{z_1}. \quad (6.3)$$

Exponentul S înseamnă că raportul de transmitere i_{13} se determină în ipoteza că bara S este fixă. Din relația (6.3) se poate obține:

$$\omega_1 = i_{13}^S \omega_3 + (1 - i_{13}^S) \omega_s. \quad (6.4)$$

Dacă roata 3 se fixează, atunci $\omega_3 = 0$ (figura 6.2) și din relația (6.4) se obține:

$$i_{1s}^3 = \frac{\omega_1}{\omega_s} = 1 - i_{13}^S. \quad (6.5)$$

În cazul general, raportul de transmitere se poate scrie astfel:

$$i_{pq}^S = \frac{\omega_p - \omega_s}{\omega_q - \omega_s} = \frac{n_p - n_s}{n_q - n_s}. \quad (6.6)$$

Angrenajele planetare pot fi construite și cu sateliți având două roți dințate 2 și 2' (figura 6.5). Conform relației (6.5) rezultă (figura 6.5, a):

$$i_{1s}^3 = \frac{\omega_1}{\omega_s} = 1 - i_{13}^S = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{\frac{z_3}{z_2}}{\frac{z_3}{z_2'}} \right) = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}. \quad (6.7)$$

Viteza unghiulară a barei S este:

$$\omega_s = \frac{\omega_1}{i_{1s}^3} = \frac{1}{1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}}.$$

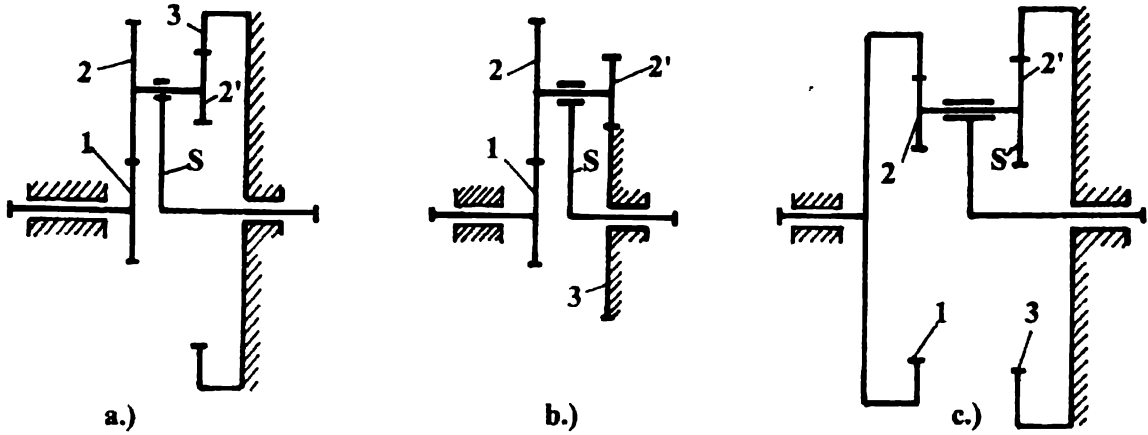


Fig. 6.5. Angrenaje planetare având sateliți cu două roți dințate.

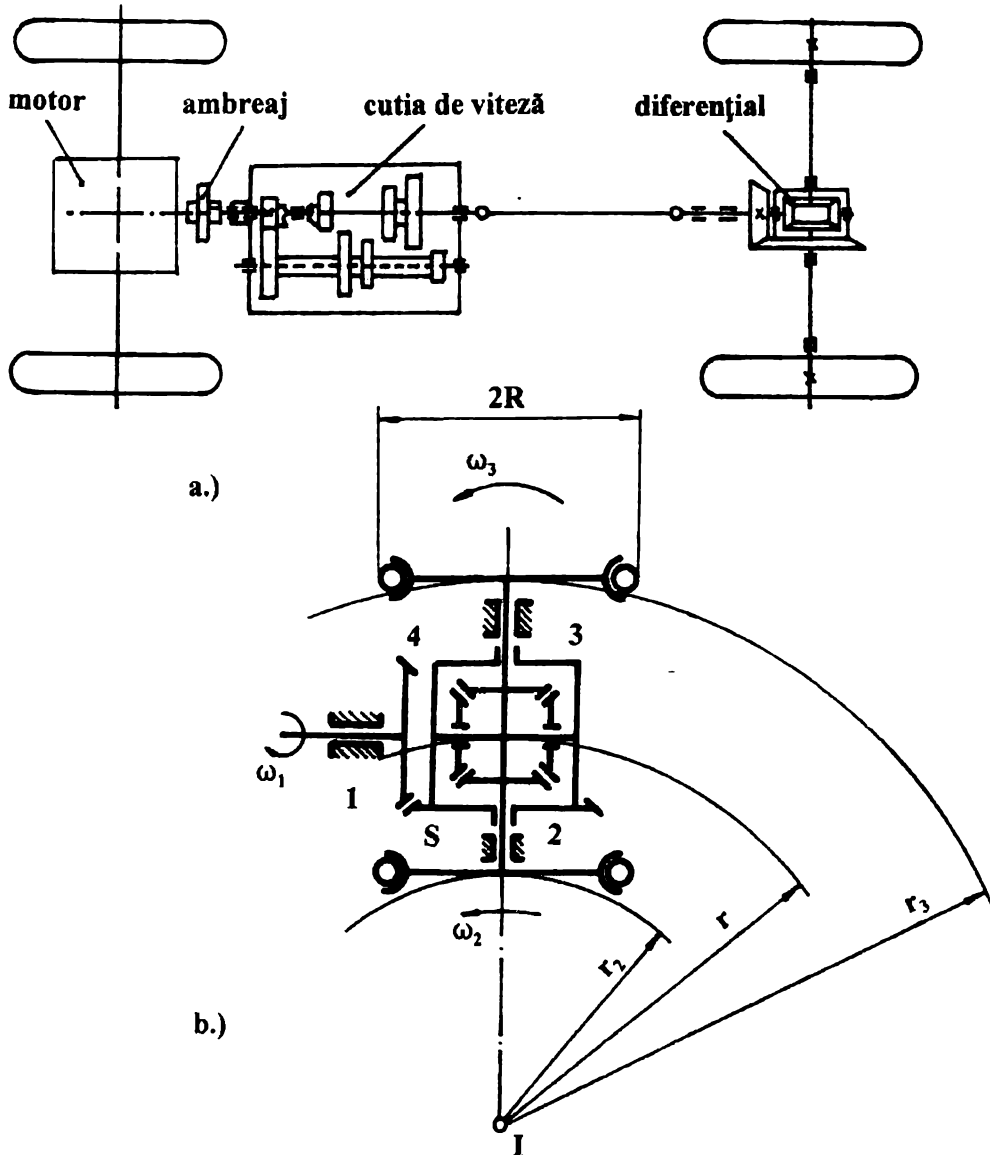


Fig. 6.6. Diferențialul de la automobil: a) Schema transmisiei automobilului; b) diferențialul în curbă.

Se va determina în continuare raportul de transmitere al angrenajului planetar format cu roți conice (figura 6.3), ținând seama de relația (6.5):

$$i_{1S}^3 = 1 - i_{13}^S = 1 - \left(-\frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} \right) = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}}.$$

Semnul minus înaintea raportului numerelor de dinți este legat de rotația roții 1 și 3 care, în angrenajul cu mișcarea suprapusă, au sensuri contrare.

O aplicație a angrenajului planetar realizat cu roți dințate conice se întâlnește la diferențialul d'automobil (figura 6.6) sau diferențial din construcția mașinilor-unelte de danturat (figura 6.7).

Dacă automobilul se înscrie într-o curbă de rază r cu viteza V (figura 6.6, b), atunci viteza unghiulară în jurul centrului instantaneu de rotație I este:

$$\Omega = \frac{V}{r} = \frac{V_2}{r_2} = \frac{V_3}{r_3}, \quad (6.8)_{\text{roțile}}$$

unde V_2 și V_3 sunt vitezele periferice ale roților, care au vitezele unghiulare ω_2 și ω_3 .

Raportul de transmitere este:

$$i_{23}^S = \frac{\omega_2 - \omega_S}{\omega_3 - \omega_S} = -\frac{z_3}{z_2} = -1.$$

În cazul diferențialului $z_3 = z_2$, deci:

$$\omega_S = \frac{\omega_2 + \omega_3}{2} \quad \text{sau} \quad n_S = \frac{n_2 + n_3}{2}. \quad (6.10)$$

adică turația barei S (a carcasei diferențialului) este media aritmetică a turațiilor roților satelit 2 și 3 pe a căror axe sunt fixate cele două roți motoare. Înlocuind rotațiile din relația (6.8) în (6.10) rezultă:

$$\frac{\Omega}{R} \frac{r_2 + r_3}{2} = \omega_S = \frac{V}{r} \quad (6.11)$$

Relația (6.11) arată că viteza unghiulară a axului cardanic rămâne aceeași, independent de faptul : că automobilul merge pe o linie dreaptă sau curbă.

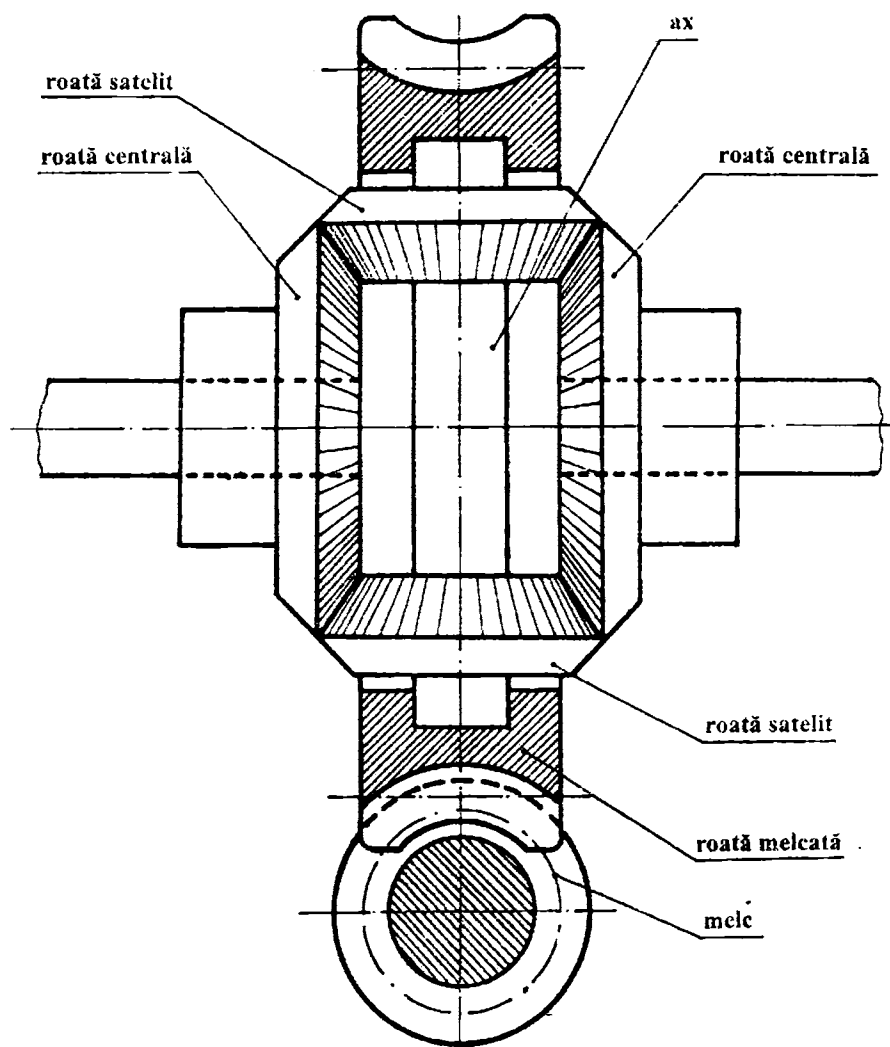


Fig. 6.7. Diferențialul de la mașinile de danturat.

6.3. Calculul forțelor în angrenajele planetare

Se consideră angrenajul planetar prezentat în perspectivă (figura 6.8) și se vor determina numai forțele tangențiale. Forțele radiale și forțele axiale nu sunt luate în considerare.

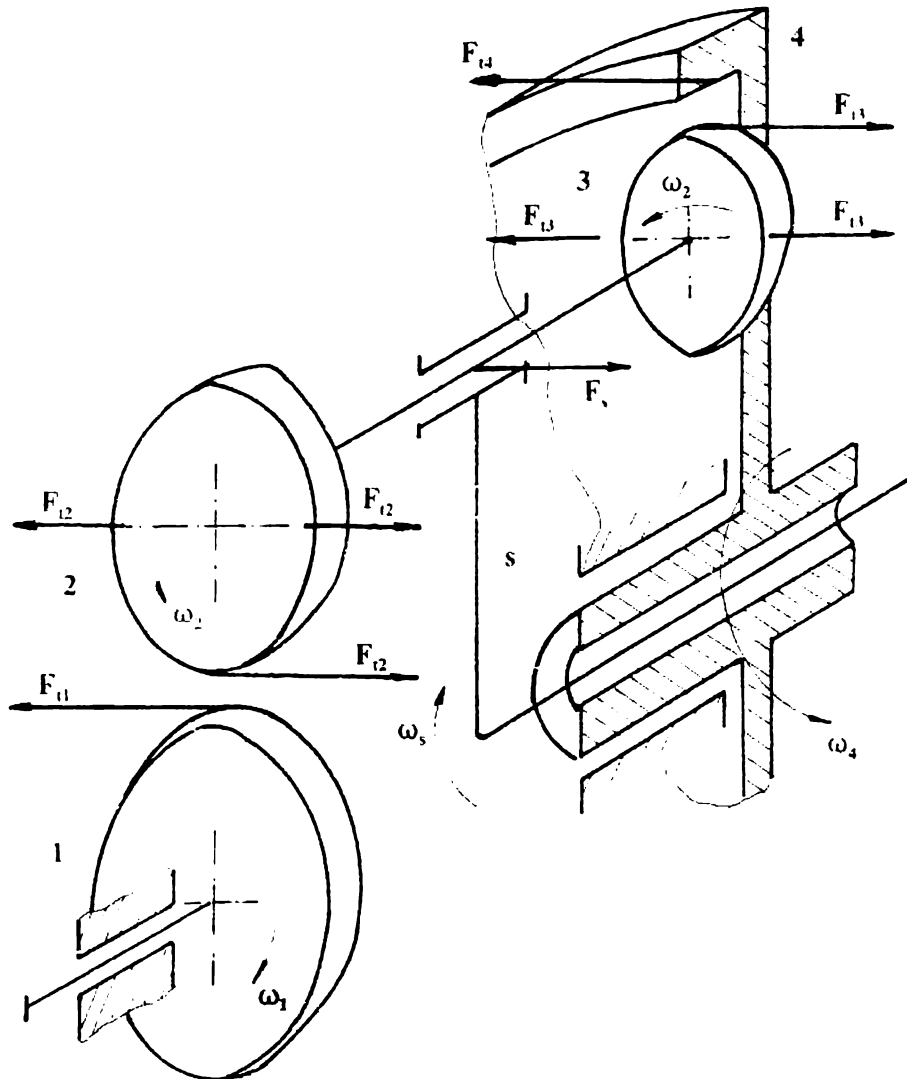


Fig. 6.8. Forțele tangențiale în angrenajele planetare.

Forțele tangențiale sunt:

$$\begin{aligned} F_{t1} &= \frac{T_1}{r_1}, & F_{t2} &= \frac{T_2}{r_2} = F_{t1}, & T_3 &= T_2 = F_{t3} r_2, \\ F_{t3} &= F_{t2} \frac{r_2}{r_3}, & F_{t3} &= F_{t4} = F_{t2} \frac{r_2}{r_3} = F_{t1} \frac{r_2}{r_3}, \\ F_s &= F_{t2} + F_{t3} = F_{t1} \left(1 + \frac{r_2}{r_3} \right). \end{aligned}$$

În continuare:

$$T_4 = F_{t4} r_4 = F_{t1} \frac{r_2 r_4}{r_3} = T_1 \frac{r_2 r_4}{r_1 r_3}, \quad \frac{T_4}{T_1} = \frac{r_2 r_4}{r_1 r_3}.$$

Așadar:

$$T_S = F_S (r_1 + r_2) = F_{11} \left(1 + \frac{r_2}{r_3} \right) (r_1 + r_2) = F_{11} \frac{r_2 + r_3}{r_3} (r_1 + r_2) = T_1 \frac{r_2 + r_3}{r_1 r_2} (r_1 + r_2) .$$

Ținând seama de relația (6.5) se poate scrie:

$$i_{1S}^4 = 1 - i_{14}^S = 1 - \left(-\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \right) = 1 + \frac{r_2 r_4}{r_1 r_3} .$$

Astfel se poate obține:

$$T_4 = T_1 \frac{r_2 r_4}{r_1 r_3} = T_1 (-i_{14}^S)$$

sau

$$\frac{T_4}{T_1} = - \frac{\omega_1 - \omega_S}{\omega_4 - \omega_S} . \quad (6.12)$$

Relația de mai sus se poate transforma astfel:

$$\frac{T_4}{T_1} = - \frac{\omega_S - \omega_1}{\omega_S - \omega_4} \cdot \frac{\omega_1 - \omega_4}{\omega_1 - \omega_4} = \frac{\omega_1 - \omega_4}{\omega_S - \omega_4} = \frac{i_{1S}^4}{i_{4S}^1} = \frac{\frac{1}{i_{4S}^1}}{\frac{1}{i_{1S}^4}} = \frac{T_S}{T_1} ,$$

de unde:

$$-T_4 = \frac{T_S}{i_{4S}^1} , \quad -T_1 = \frac{T_S}{i_{4S}^4} .$$

Semnul minus rezultă din direcția vitezelor unghiulare.

Din relația (6.12) se poate stabili relația generală pentru momentele care acționează între elementele mecanismului planetar:

$$-\frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{i_{AB}^C} = \frac{1}{\frac{\omega_A - \omega_C}{\omega_B - \omega_C}} . \quad (6.13)$$

Condiția de echilibru a mecanismului planetar este dată de relația:

$$T_A + T_B + T_C = 0 . \quad (6.14)$$

În cazul când roțile dințate din angrenajul planetar sunt executate din același material, calculul de rezistență se face pentru angrenajul exterior compus din roțile 2 și 1 (figura 6.1). Pentru calculul modulului se vor folosi relațiile prezentate în paragrafele 2.14...2.17.

BIBLIOGRAFIE

1. Antal, A., Pop, D., *Organe de mașini și mecanisme*, Cluj-Napoca, Litografia Institutului Politehnic Cluj-Napoca, 1974.
2. Antal, A., Jichișan-Matieșan, Dorina, Pop, D., Sucală, Felicia, Căzilă, Aurica, Oltean, I., Belcin, O., Tătaru, O., Tudose, L., Turcu, I., Bojan, Șt., Tomoiag, C., *Reductoare*, Cluj-Napoca, Atelierul de multiplicare al Universității Tehnice din Cluj-Napoca, 1994.
3. Chișu, A., Mătieșan, Dorina, Mădărășan, T., Pop, D., *Organe de mașini*, București, Editura Didactică și Pedagogică, 1981.
4. Erney, Gy., *Fogaskerekkek*, Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1983.
5. Gafișanu, M., Mocanu, D., Pavelescu, D., Crețu, S., Pascovici, M., Racoccea, C., Rădăuceanu, D., Tulească, C., Coca, D., Vornicu, I., *Organe de mașini*, Vol. I, București, Editura Tehnică, 1981.
6. Gafișanu, M., Crețu, S., Pavelescu, D., Racoccea, C., Rădulescu, Gh., Coca, D., Rădăuceanu, D., Tulească, C., Vornicu, I., *Organe de mașini*, Vol. II, București, Editura Tehnică, 1983.
7. Handra-Luca, V., *Mecanisme*, Cluj-Napoca, Litografia Institutului Politehnic Cluj-Napoca, 1980.
8. Handra-Luca, V., Stoica, I. A., *Introducere în teoria mecanismelor*, Vol. I, Cluj-Napoca, Editura Dacia, 1982.
9. Handra-Luca, V., Stoica, I. A., *Introducere în teoria mecanismelor*, Vol. II, Cluj-Napoca, Editura Dacia, 1983.
10. Jula, D., Velicu, D., Dudiță, Fl., Moldovean, Gh., Chișu, E., Diaconescu, D. V., Vișa, I., *Proiectarea angrenajelor evolventice*, Craiova, Editura Scrisul Românesc, 1989.
11. Niemann, G., Winter, H., *Maschinenelemente*, Band II, Berlin, Springer Verlag, 1983.
12. Niemann, G., Winter, H., *Maschinenelemente*, Band III, Berlin, Springer Verlag, 1983.
13. Pelecudi, Chr., Maros, D., Merticaru, V., Pandrea, N., Simionescu, I., *Mecanisme*, București, Editura Didactică și Pedagogică, 1986.
14. Rădulescu, Gh., Miloiu, Gh., Gheorghiu, N., Muntean, C., Vișa, Fl., Ionescu, N., Popovici, Vl., Dobre, G., Rașeev, M., *Îndrumar de proiectare în construcția de mașini*, Vol. III, București, Editura Tehnică, 1986.
15. Roloff/Matek, *Maschinenelemente*, Braunschweig/Wiesbaden, Friedr. Vieweg & Sohn, 1987.
16. *** *MAAG - Taschenbuch*, 1985.
17. *** *STAS 915/1-81, Angrenaje. Simbolurile elementelor geometrice și cinemateice ale angrenajelor.*
18. *** *STAS 915/2-81, Angrenaje. Noțiuni generale de geometrie și cinematică.*
19. *** *STAS 915/3-81, Angrenaje cilindrice. Geometrie și cinematică. Terminologie.*
20. *** *STAS 915/4-81, Angrenaje conice. Geometrie și cinematică. Terminologie.*
21. *** *STAS 915/5-81, Angrenaje melcate. Geometrie și cinematică. Terminologie.*
22. *** *STAS 915/6-81, Angrenaje. Geometrie și cinematică. Vocabular.*
23. *** *STAS 822-82, Angrenaje. Gama modulelor.*
24. *** *STAS 821-82, Angrenaje cilindrice în evolventa de uz general. Profilul de referință.*
25. *** *STAS 6844-80, Angrenaje conice cu dinți drepți, de uz general. Profilul și roata de referință.*
26. *** *STAS 6845-82, Angrenaje melcate cilindrice. Melcul de referință.*
27. *** *STAS 12268-84, Angrenaje cilindrice cu dantura în evolventă. Calculul de rezistență.*
28. *** *STAS 13023-91, Angrenaje melcate cilindrice. Calculul geometric și cinematic.*
29. *** *STAS 13024-91, Angrenaje melcate cilindrice. Calculul de rezistență.*
30. *** *STAS 6273-81, Angrenaje cilindrice. Toleranțe.*
31. *** *STAS 6460-81, Angrenaje conice și hipoide. Toleranțe.*
32. *** *STAS 6461-81, Angrenaje melcate cilindrice. Toleranțe.*
33. *** *STAS 6055-82, Reductoare de turație. Distanța între axe.*
34. *** *STAS 6012-82, Reductoare de uz general. Rapoarte de transmitere.*